

O S N O V Y

Předmět: Matematika IV (4M, 4m)

Akademický rok: 2019/2020

Stupeň studia: 1.

Ročník: 2.

Semestr: letní

Rozsah: 2/2

Ukončení: zk/z

Kredity: 5

Anotace: Předmět je zaměřen na seznámení studentů s metodami popisné statistiky, základy teorie pravděpodobnosti (náhodné jevy, pravděpodobnost, náhodná veličina, náhodný vektor) a matematické statistiky (náhodný výběr, odhady parametrů, testování statistických hypotéz, lineární regresní analýza). Úlohy na procvičení látky jsou orientovány na praktické aplikace ve strojírenských oborech. Počítačovou podporou předmětu je volitelný (nepovinný) předmět Statistický software, v němž mohou studenti vypracovat úlohy ze semestrální práce s individuálním zadáním.

Časový plán:

1. týden

Přednáška: Organizace výuky – seznámení s obsahem předmětu. Náhodné jevy (základní prostor, inkluze, operace, jevové pole). Pravděpodobnost (axiomatická definice, klasická definice, základní vlastnosti).

Cvičení: Popisná statistika (**pouze na cvičení**): klasifikace dat, jednorozměrný statistický soubor (neroztříděný, uspořádaný, roztríděný, grafy, charakteristiky).

2. týden

Přednáška: Podmíněná pravděpodobnost (základní vlastnosti, úplná pravděpodobnost, Bayesův vzorec). Nezávislé jevy (základní vlastnosti pro dva i více jevů) a aplikace ve spolehlivosti soustav nezávislých prvků.

Cvičení: Popisná statistika (**pouze na cvičení**): dvourozměrný statistický soubor (charakteristiky neroztříděného souboru). Rekapitulace základů kombinatoriky.

3. týden

Přednáška: Náhodná veličina (druhy, distribuční funkce). Funkční charakteristiky diskrétních a spojitých náhodných veličin.

Cvičení: Pravděpodobnost (výpočty pomocí m/n, využití základních vlastností pravděpodobnosti, výběr bez vracení, geometrická pravděpodobnost). **Zadání individuální písemné semestrální práce z matematické statistiky** (zpracování jednorozměrného a dvourozměrného statistického souboru, odhady a testy hypotéz).

4. týden

Přednáška: Funkce náhodné veličiny. Číselné charakteristiky diskrétních a spojitých náhodných veličin (momentové a kvantilové).

Cvičení: Podmíněná pravděpodobnost (průnik více jevů, úplná pravděpodobnost a Bayesův vzorec). Nezávislé jevy (průnik více jevů, výběr s vracením).

5. týden

Přednáška: Základní typy diskretních rozdělení (klasické, binomické, hypergeometrické, Poissonovo). Užití, vlastnosti a aproximace.

Cvičení: **Kontrolní písemná práce** (1 příklad na m/n a vlastnosti, 1 příklad na podmíněnou pravděpodobnost, 1 příklad na nezávislé jevy, délka 50 minut; celkové hodnocení 0 až 10 bodů). Funkční a číselné charakteristiky uměle vytvořených diskretních a spojitých náhodných veličin.

6. týden

Přednáška: Základní typy spojitých rozdělení (rovnoměrné, normální). Užití a vlastnosti. Metoda Monte Carlo.

Cvičení: Funkční a číselné charakteristiky uměle vytvořených diskretních a spojitých náhodných veličin - dokončení.

7. týden

Přednáška: Dvourozměrný diskretní náhodný vektor, simultánní, marginální a podmíněné funkční charakteristiky, nezávislost složek, číselné charakteristiky.

Cvičení: Základní rozdělení pravděpodobnosti (Bi, H, Po, N). Užití tabulek pro N.

8. týden

Přednáška: Náhodný výběr, základní výběrové charakteristiky (vlastnosti, rozdělení pro výběr z normálního rozdělení).

Cvičení: Diskretní náhodný vektor pro $n = 2$, funkční a číselné charakteristiky.

9. týden

Přednáška: Odhady parametrů (nestranné, nejlepší, konzistentní). Bodové a intervalové odhady parametrů normálního rozdělení a parametru binomického rozdělení $Bi(1, p)$.

Cvičení: **Kontrolní písemná práce** (1 příklad na funkční a číselné charakteristiky náhodné veličiny, 1 příklad na základní typ rozdělení, 1 příklad na náhodný vektor; celkové hodnocení 0 až 10 bodů).

10. týden

Přednáška: Testování statistických hypotéz (druhy hypotéz, kritický obor, chyby 1. a 2. druhu, síla testu, testové kritérium).

Cvičení: Výpočty bodových a intervalových odhadů parametrů normálního rozdělení (střední hodnoty při neznámém rozptylu, rozptylu, směrodatné odchylky a korelačního koeficientu) a parametru binomického rozdělení $Bi(1, p)$.

11. týden

Přednáška: Testy hypotéz o parametrech normálního rozdělení a parametru binomického rozdělení $Bi(1, p)$. Testy hypotéz o rozdělení (grafická metoda, chí–kvadrát test).

Cvičení: Testy hypotéz o parametrech normálního rozdělení (střední hodnoty při neznámém rozptylu, rozptylu, rozdílu středních hodnot pro dvojice, rozdílu středních hodnot při neznámém rozptylu a rozdílu rozptylů pro dva výběry a korelačním koeficientu).

12. týden

Přednáška: Základy regresní analýzy - lineární regresní model. Bodové odhady pro lineární regresní model.

Cvičení: Testy hypotéz o parametrech normálního rozdělení (dokončení) a testy hypotéz o parametru binomického rozdělení $Bi(1, p)$. Chí–kvadrát test rozdělení. **Odevzdání semestrálních prací** (hodnocení 0 až 5 bodů).

13. týden

Přednáška: Intervalové odhady a testy hypotéz pro lineární regresní model. Příklad na regresní přímku.

Cvičení: Jednoduchý příklad na lineární regresi pro $m = 2$ (odhady, test hypotézy, graf a korelační koeficient). Zápočet.

Literatura doporučená studentům:

1. KARPÍŠEK, Z. Matematika IV - Statistika a pravděpodobnost. Učební text. 4. přepracované vyd. Brno: CERM Brno, 2014.
2. SEGER, J. a HINDLS, R. Statistické metody v tržním hospodářství. Praha: Victoria Publishing, 1995.
3. MELOUN, M. a MILITKÝ, J. Statistické zpracování experimentálních dat. Praha: PLUS, 1994.

Literatura, na níž je předmět vystavěn:

1. MONTGOMERY, D. C. a RUNGER, G. Applied Statistics and Probability for Engineers. 5th ed. New York: John Wiley & Sons, 2010.
2. Hahn, G. J. a Shapiro, S. S. Statistical Models in Engineering. New York: John Wiley & Sons, 1994.
3. ANDĚL, J. Základy matematické statistiky. 3. vyd. Praha: Matfyzpress, 2011.

Zápočet:

Zápočet bude udělen za aktivní účast ve cvičeních, zvládnutí celé látky a celkový součet hodnocení z kontrolních prací a semestrální práce aspoň 12 bodů; u semestrální práce musí být hodnocení aspoň 2 body. Maximální počet bodů za cvičení je 25 (součet bodů za obě kontrolní písemné práce a semestrální práci).

Semestrální zkouška:

Praktická část:

Písemné řešení 4 příkladů (120 minut i se zadáním):

2 příklady z partií teorie pravděpodobnosti: klasická pravděpodobnost a její vlastnosti, uměle vytvořená náhodná veličina, základní rozdělení pravděpodobnosti Bi , H , Po , N a diskrétní náhodný vektor.

2 příklady z partií matematické statistiky: bodové a intervalové odhady parametrů (včetně zpracování statistického souboru), testy hypotéz o rozdělení a parametrech (včetně zpracování statistického souboru), lineární regresní model (přímka).

Pro praktickou část zkoušky si každý student připraví přehled vzorců z pravděpodobnosti a matematické statistiky ve formě vlastního originálního rukopisu bez řešených příkladů. Ke zkoušce si student donese statistické tabulky (viz soubor ke stažení na webové stránce ÚM). Výpočty provede na kalkulačce pomocí běžných operací a funkcí. Každý příklad bude hodnocen 0 až 15 body.

Teoretická část:

Písemné odpovědi (bez použití přehledu vzorců) na 5 otázek (20 minut) z přednesené a procvičené látky se zaměřením na základní pojmy, jejich vlastnosti, význam a praktické užití. Každá teoretická otázka bude hodnocena 0 až 3 body.

Klasifikace:

Klasifikace semestrální zkoušky bude podle celkového součtu bodů za praktickou část zkoušky, bodů za teoretickou část zkoušky a součtu bodů ze cvičení:

- 0 až 49 ... F (nevyhovující)
- 50 až 59 ... E (dostatečně)
- 60 až 69 ... D (uspokojivě)
- 70 až 79 ... C (dobře)
- 80 až 89 ... B (velmi dobře)
- 90 až 100 ... A (výborně)

Po sdělení výsledků zkoušky obdrží studenti k nahlédnutí opravené a ohodnocené písemky a proběhne dle jejich zájmu projednání klasifikace.

Garant předmětu: Doc. RNDr. Zdeněk Karpíšek, CSc.