

PÍSEMNÁ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY I

PŘÍKLAD 1. (lineární algebra, 10 bodů)

Určete všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která je matice M singulární.

$$M = \begin{bmatrix} x & 3 & 2 & x \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & 2 \end{bmatrix}.$$

PŘÍKLAD 2. (analytická geometrie, 10 bodů)

Čtyřstěn $ABCD$ má vrcholy $A = [1, 2, -1]$, $B = [2, 1, 1]$, $C = [1, 0, 3]$ a objem $V = 5$. Nalezněte souřadnice všech vrcholů D , které leží na ose y .

PŘÍKLAD 3. (funkce, 10 bodů)

Vyšetřete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\sqrt{5-x}}{(x-1)\ln(x+3)}.$$

PŘÍKLAD 4. (diferenciální počet, 5 bodů)

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos(x) - 1}.$$

PŘÍKLAD 5. (diferenciální počet, 15 bodů)

Vyšetřete průběh funkce $f(x) = x^2(3-x)$.

PŘÍKLAD 6. (neurčitý integrál, 15 bodů)

Vypočtěte integrál

$$\int \frac{5x+7}{x^2+6x+9} dx.$$

PŘÍKLAD 7. (určitý integrál – aplikace, 10 bodů)

Vypočtěte objem rotačního tělesa T , které vznikne rotací grafu funkce $f(x) = 1+e^{-x}$ na intervalu $< 0, 2 >$ kolem osy x . Nakreslete obrázek tělesa T .