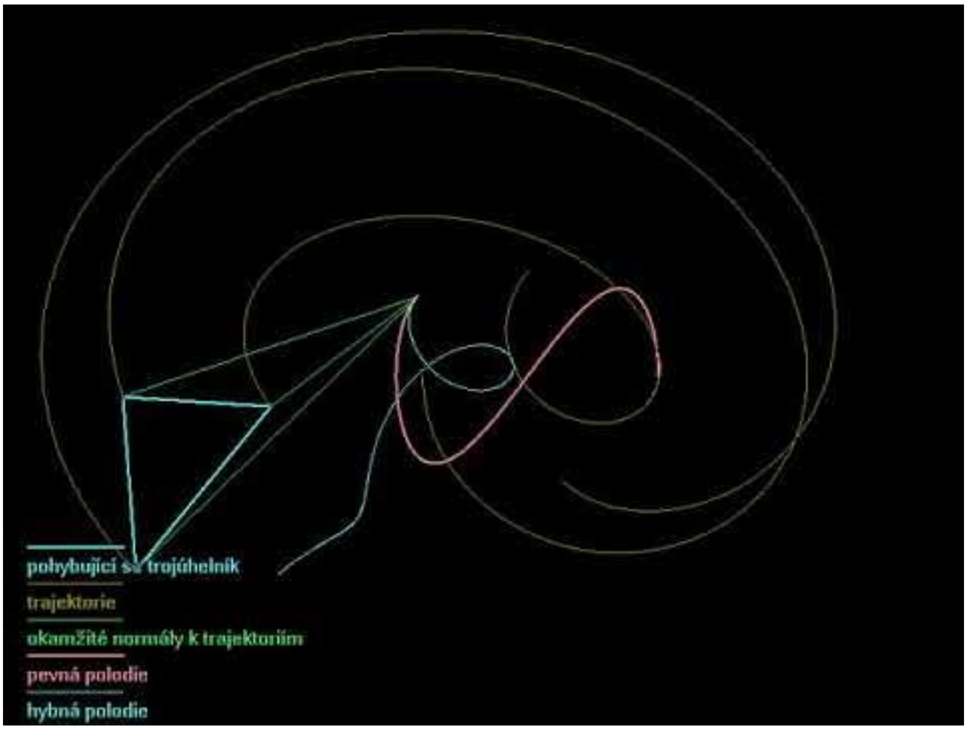
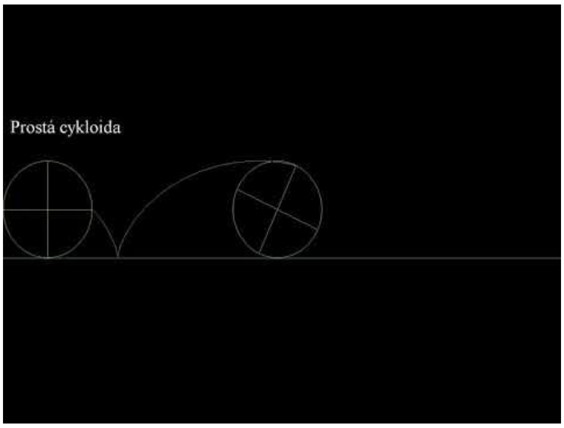
5. cvičení: křivky, rotační plochy

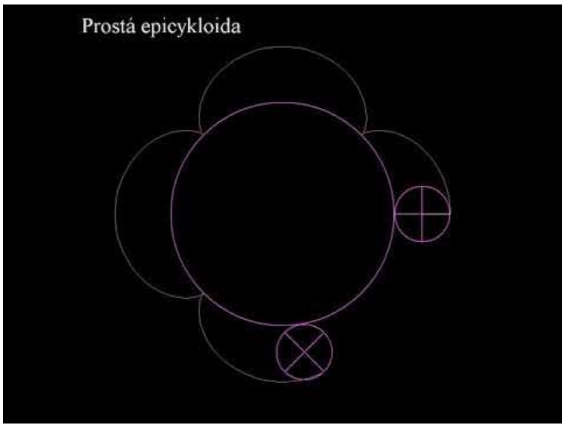
Kinematika: polodie



cykloida

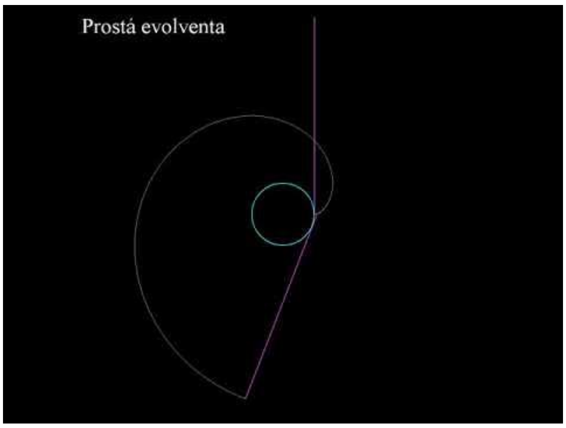


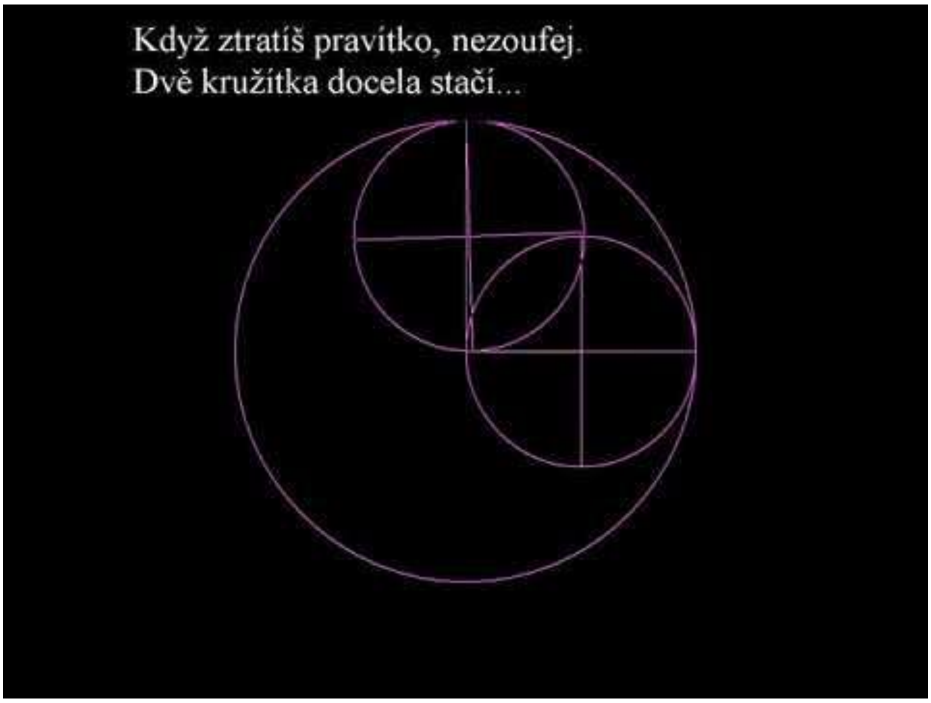
epicykloida



hypocykloida

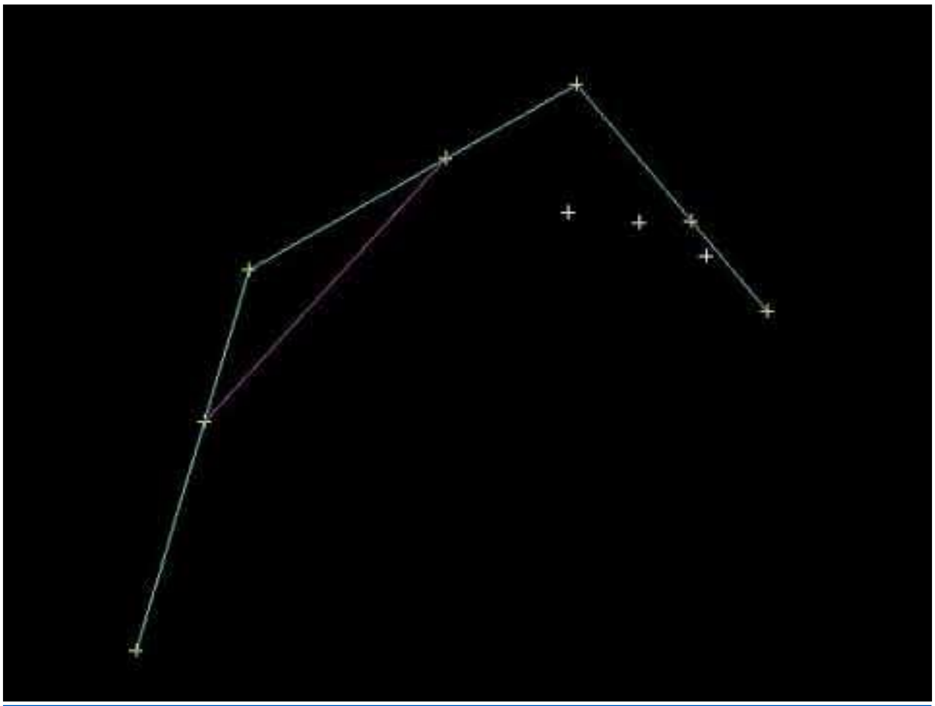
evolventa



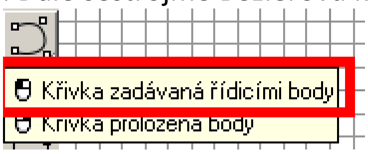


Beziere + NURBS:

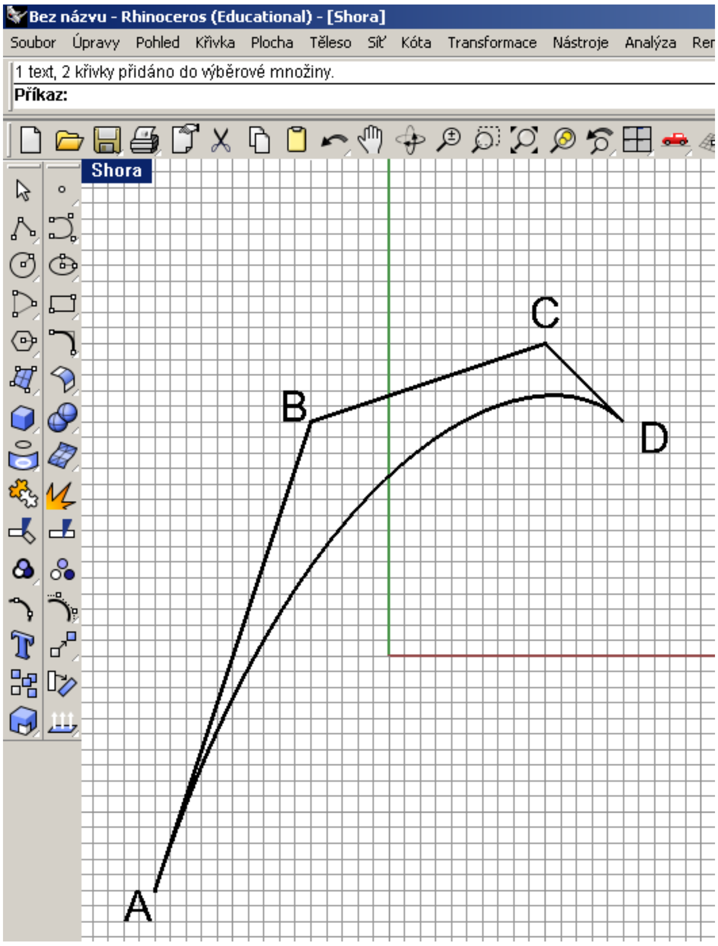
Algoritmus de Casteljau



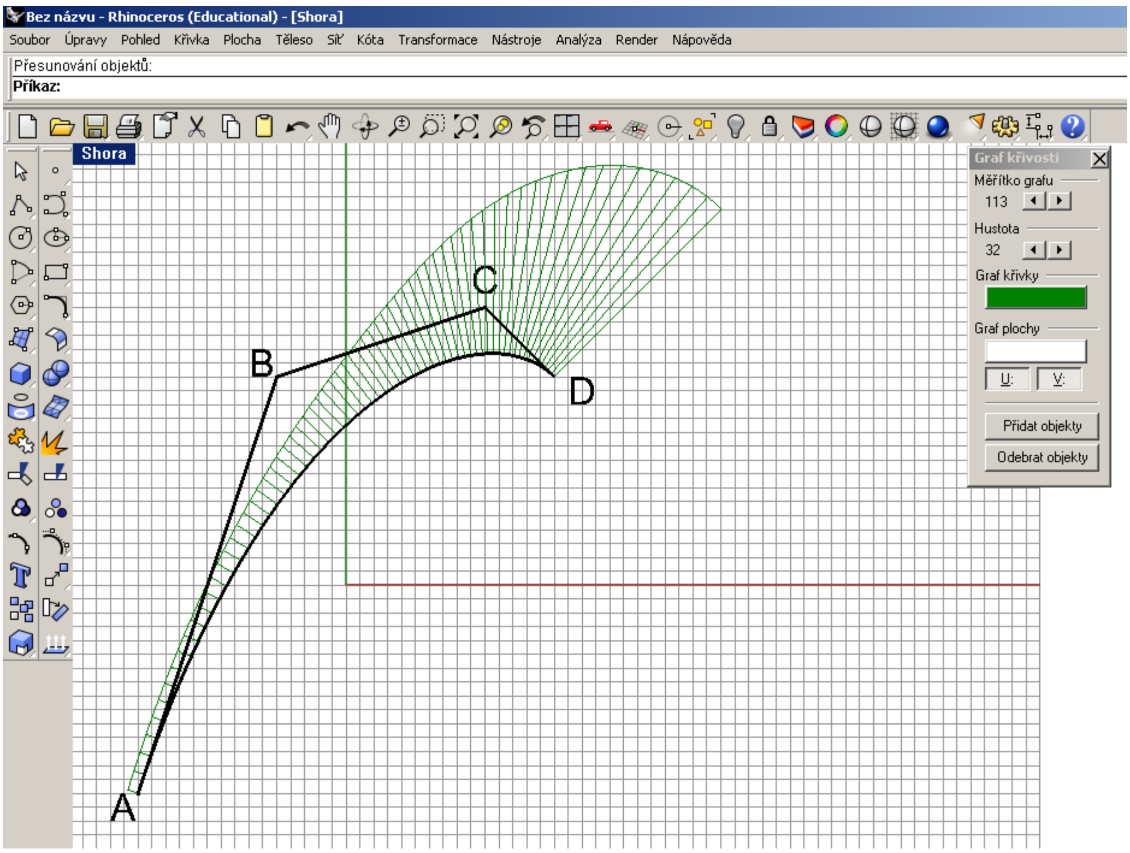
Rhino: otevřeme nový soubor. Budeme pracovat jen v pohledu **Shora**.

1 Příklad: Sestrojme úsečky AB; $A[-15,-15]$; $B[-5,15]$; BC; $C[10,20]$; CD; $D[15,15]$ (jako jednotlivé úsečky, nikoli jako jednu lomenou čáru). Dále sestrojme Bezierovu křivku 3. stupně s řídicími body A, B, C, D - **hlavní toolbox**, ikona 

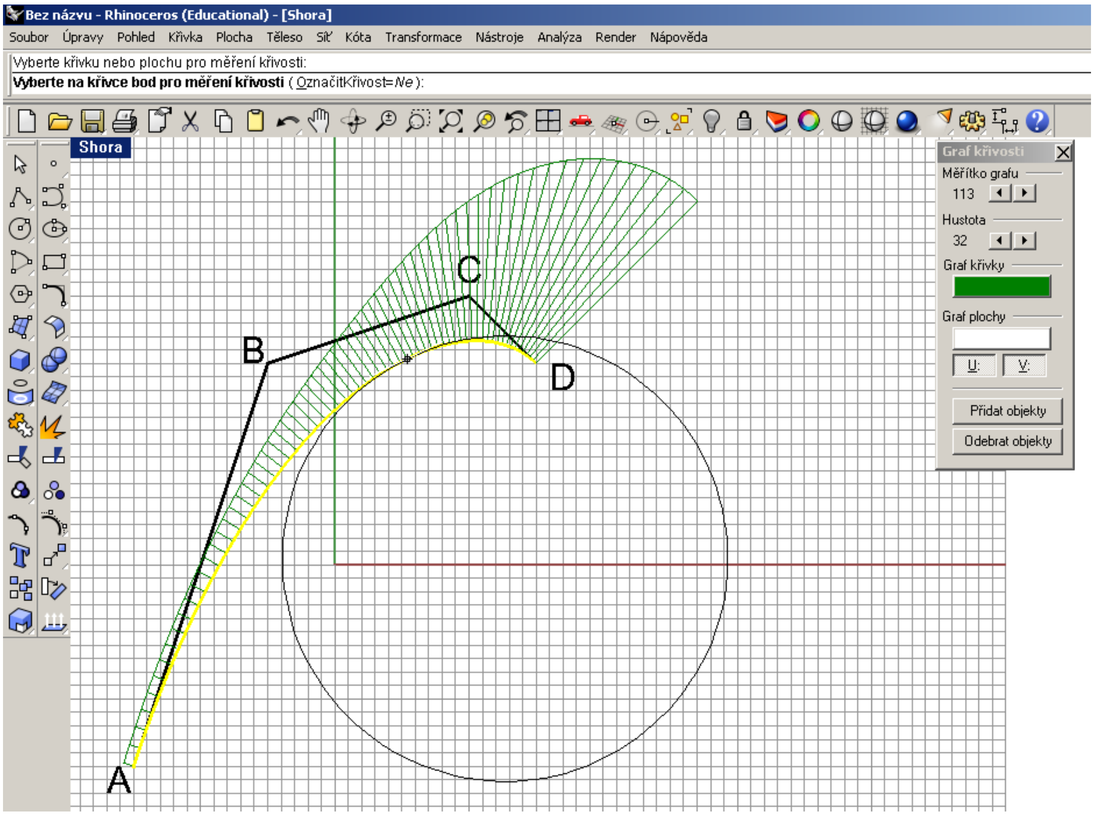
)



Této křivce zapneme graf křivosti – menu **Analýza/Křivka/Zapnout graf křivosti**



a oskulační kružnice - **Analýza/Hlavní křivosti.** Uvnitř tohoto příkazu se pohybujte myší po křivce – oskulační kružnice bude měnit poloměr.



Kontrolní otázka: Jaký je vztah mezi poloměrem oskulační kružnice a křivostí křivky v daném bodě?

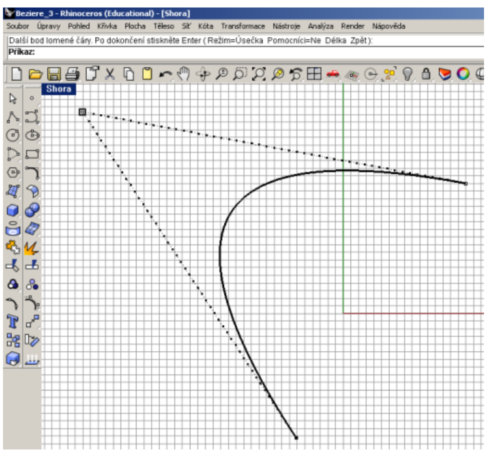
Kontrolní otázka: Dokážete sestrojit další Bezierovu křivku 3. stupně s počátkem v bodě D tak, aby tyto dvě křivky měly v bodě D společnou tečnu? (řešení na konci tohoto textu)

Kontrolní otázka: Dokážete sestrojit další Bezierovu křivku 3. stupně s počátkem v bodě D tak, aby tyto dvě křivky měly v bodě D stejnou křivost? (řešení na konci tohoto textu).

2. Příklad – proč se Bezierova křivka nesestrojuje?

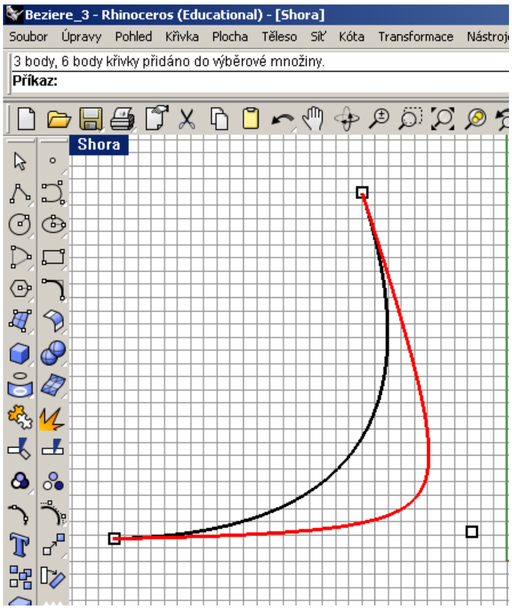
Sestrojme libovolně parabolu a zobrazme její řídicí body - **hlavní toolbox**, ikona 

body.



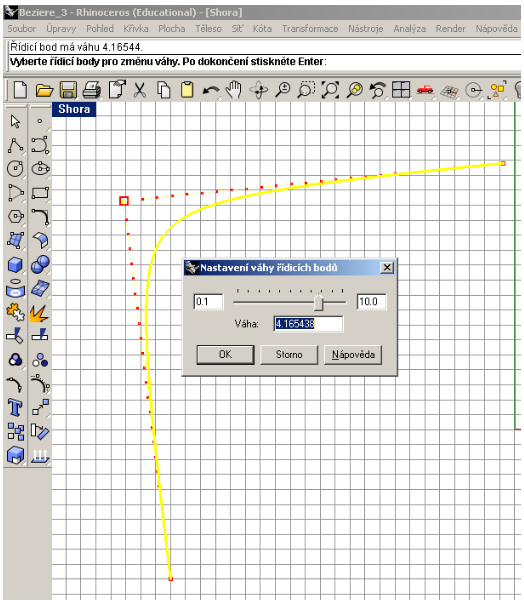
Dále sestrojme Bézierovu křivku zadanou řídicími body, tentokrát však 2. stupně, řídicí body volme přiskočením k řídicím bodům paraboly. Vypadá to, že se tato křivka nesestrojila. Proč? (Nebo že by…)

3. Příklad – kam umístit řídicí bod? Sestrojme libovolně hyperbolu (stačí jedna větev), změňme jí barvu pro pozdější odlišení a zobrazme její řídicí body. Dále sestrojme Bézierovu křivku (na obrázku černá) zadanou řídicími body, opět 2. stupně, řídicí body volme přiskočením k řídicím bodům hyperboly (hyperbola je na obrázku červená).

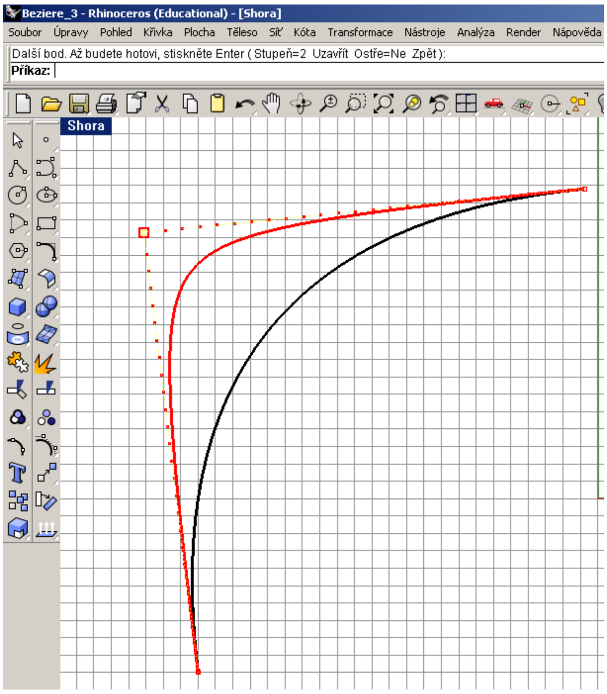


Změnou polohy řídicích bodů lze křivky různě tvarovat. Pokuste se hyperbolu s Bezierovou křivkou sesadit.

4. Příklad – kam se poděla Bezierova křivka? Sestrojme libovolnou hyperbolu (stačí jedna větev), změňme jí barvu pro pozdější odlišení, zobrazme její řídicí body a zjistěme váhu prostředního z nich - **hlavní toolbox**, ikona 

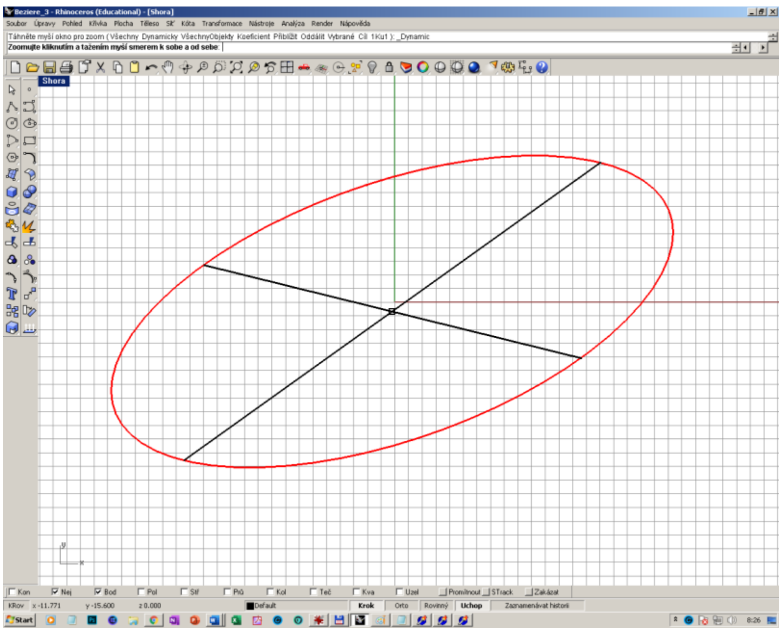


Hodnotu váhy vezměme do clipboardu a okno zavřeme. Dále sestrojme Bezierovu křivku 2. stupně se stejnými řídicími body, jako má hyperbola.

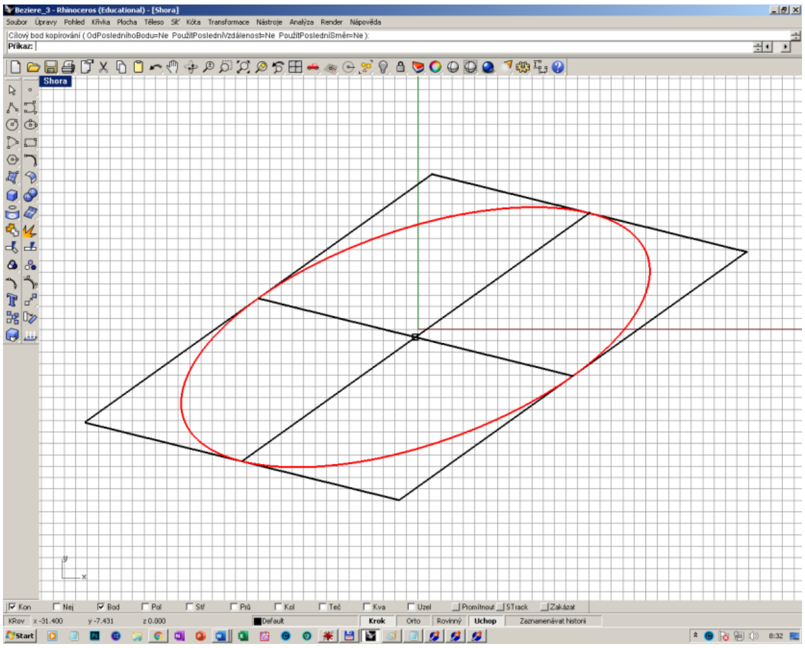


Zobrazení řídicích bodů hyperboly zrušme a zobrazme řídicí body Bezierovy křivky. Vyžádejme opět změnu prostředního řídicího bodu a hodnotu váhy vložme z clipboardu. Vypadá to, že Bezierova křivka zmizela. Proč? (Nebo že by…)

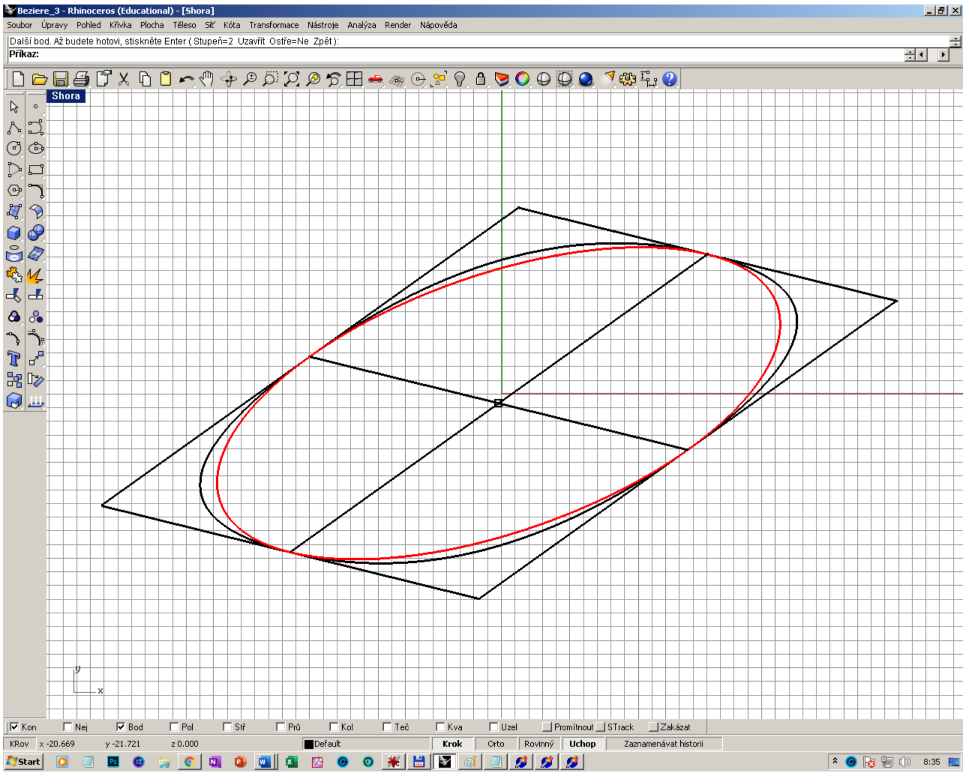
5. Příklad – (pan Rytz promine…]: Sestrojíme libovolnou kružnici a v ní dva libovolné navzájem kolmé průměry. Vše označíme a podrobíme operaci **Transformace/Zešikmit**. Geometrickým překladem neodborného termínu „zešikmení“ je slovo **eleace** - speciální případ osové afinity. Přesná definice eleace není v tuto chvíli důležitá, podstatné je, že kružnice se v ní zobrazí jako elipsa a původně navzájem kolmé průměry přejdou v průměry sdružené. Změníme barvu této elipsy a představme si, že tuto elipsu neznáme. Máme zadány jen její sdružené průměry a elipsu potřebujeme sestrojit



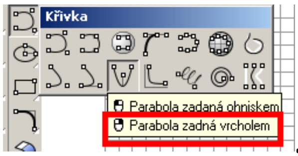
Elipse opíšeme rovnoběžník se stranami rovnoběžnými se zadanými průměry: označíme jeden z nich a zkopírujeme. Výchozím bodem kopírování bude střed elipsy, cílovými body pak koncové body druhého průměru.



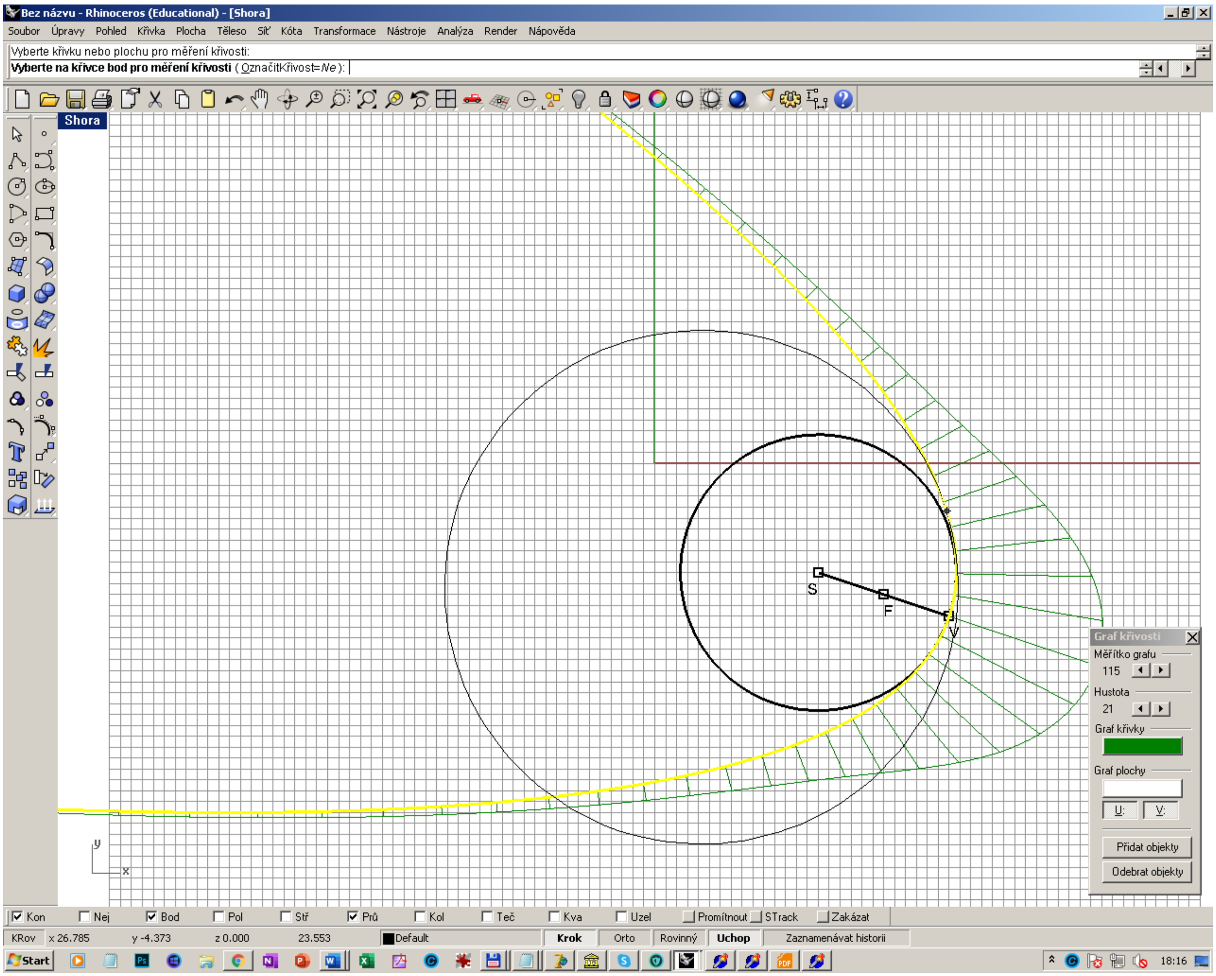
Sestrojíme čtyři Bezierovy křivky druhého stupně, první a poslední řídicí bod ve středech sousedních stran opsaného rovnoběžníka, prostřední v jejich společném bodě.



Tyto řídicí body necháme zobrazit a změníme váhu vrcholům rovnoběžníka na hodnotu $\sqrt{2}/2$. Naše pracně sestrojená křivka zmizí. Anebo že by…

6 Příklad – křivost a hyperoskulační kružnice paraboly: Sestrojme libovolné dva různé body $F;V$ a sestrojme parabolu danou vrcholem a ohniskem - menu **Křivka/Parabola/Vrchol, ohnisko,** hlavní toolbox 

. Sestrojme známým způsobem její hyperoskulační kružnici. Zapněme parabole graf křivosti a hlavní křivosti (viz. 1. příklad). Znovu ověřme vztah mezi křivostí a poloměrem oskulační kružnice a zkontrolujme správnost kružnice hyperoskulační.



7 Příklad: zopakujte př. 6 s elipsou a hyperbolou.

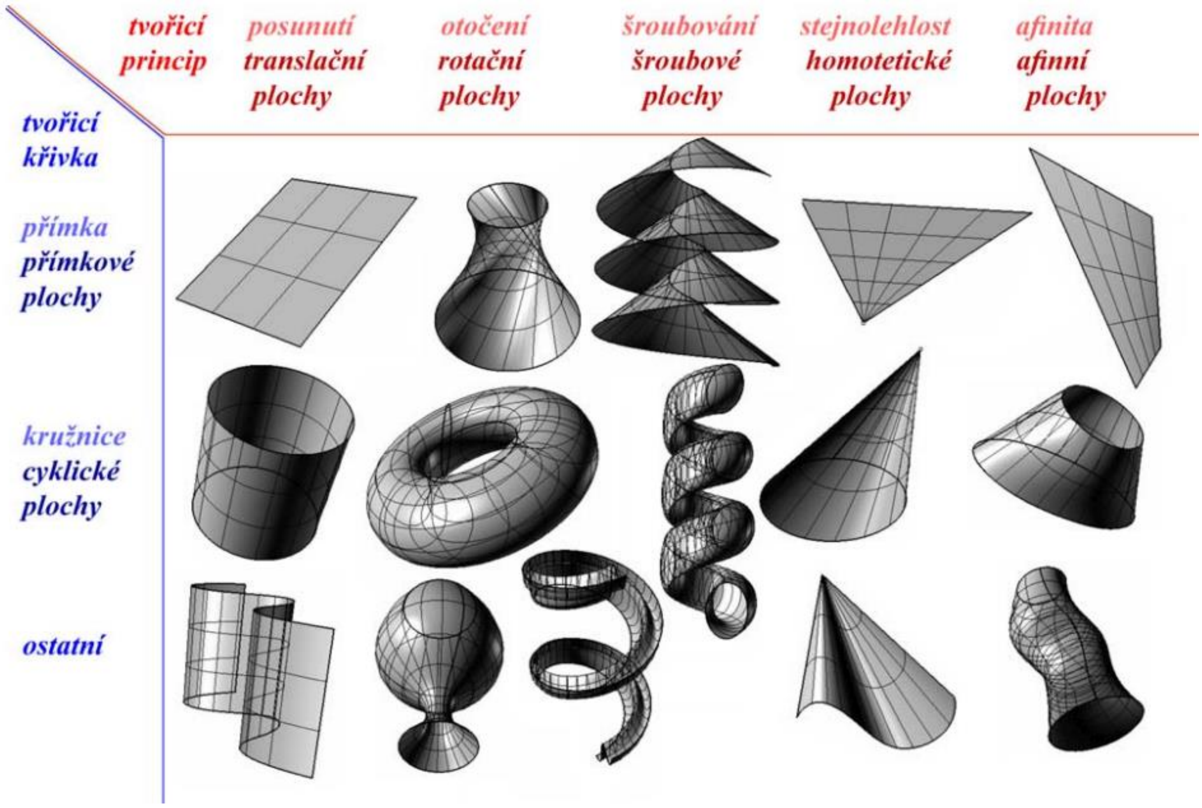
Nyní do prostoru.

8 Příklad – křivost šroubovice: Otevřeme soubor **Nastaveni_MP.3dm** a sestrojíme v něm libovolnou šroubovici. Poté necháme zobrazit graf křivosti.

Kontrolní otázka: Co je na něm zajímavého?

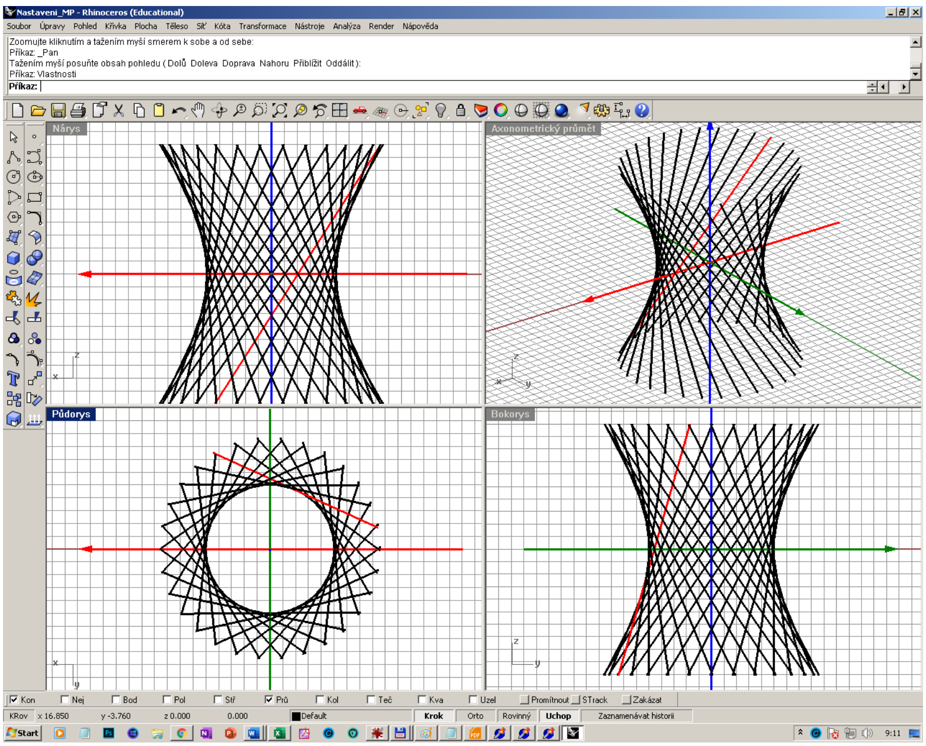
9 Příklad – šroubovice ze všech stran: Otevřete soubor **Sroubovice.3dm**. Postupně zobrazujte jednotlivé vrstvy a pozorně sledujte, co se děje (v axonometrickém pohledu nešetřete změnami pozice kamery).

Základní klasifikace ploch:

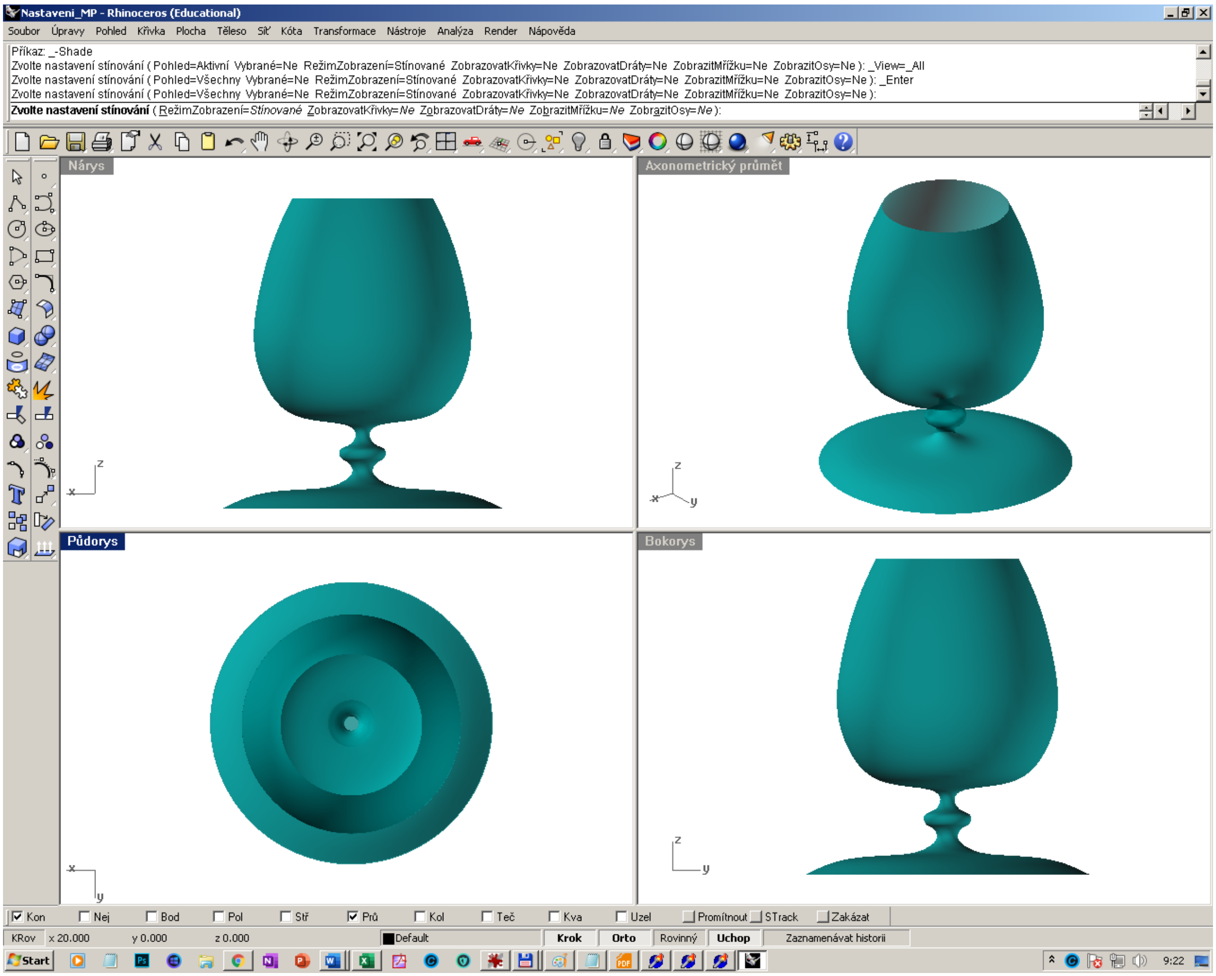


10. Příklad – kuželová plocha: Otevřeme soubor **Kuzelova_Plocha.3dm** a postupně zviditelníme všechny zhasnuté vrstvy. Vlevo je kuželová plocha demonstrována jako přímková rotační, vpravo jako cyklická homotetická.

11. Příklad – hyperboloid jako přímková plocha: Pomocí kruhového pole ukažte, že jednodílný rotační hyperboloid je přímková plocha

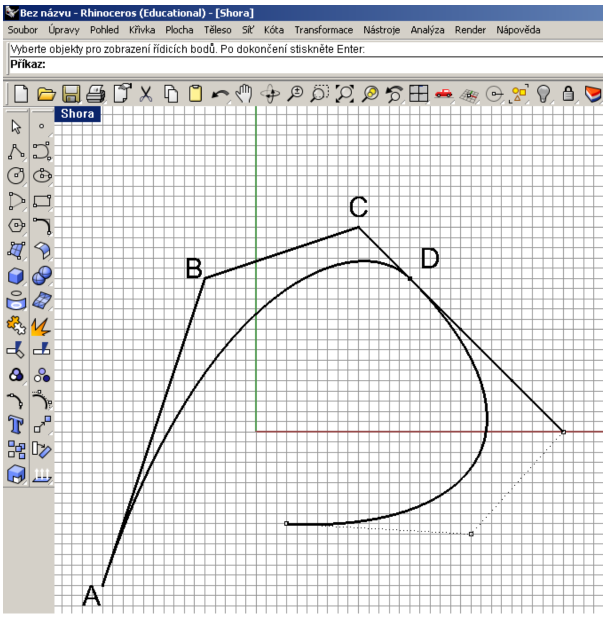


12. Příklad – tož na zdraví: Pomocí příkazu Rotovat sestrojte model skleničky



Řešení kontrolních otázek za 1. příkladem:

Společná tečna Béziérových křivek: Druhý řídicí bod druhé křivky je třeba zadat na (libovolné) prodloužení úsečky CD za bod D:



Stejná křivost v navazujícím bodě: Řídicí body D, E, F je třeba volit tak, aby D byl středem úsečky CE a dále EF byla shodná a rovnoběžná s BC. Teprve poslední řídicí bod může být volen libovolně.