Obsah a průběh zkoušky 1PG

Zkouška se skládá z písemné a ústní části.
Písemná část (cca 60 minut) – dvě konstrukční úlohy dle části 1 po 20. bodech a jedna úloha výpočetní úloha dle části 2 za 20 bodů.
Ústní část – jedna teoretická otázka dle části 3 za 20 bodů.

U zkoušky jsou povoleny vlastnoručně psané poznámky na jednom listě formátu A5 oboustranně.

Studijní materiály:

MathOnLine Přednášky:
http://mathonline.fme.vutbr.cz/Prednaska/sc-1245-sr-1-a-261/default.aspx

Prezentace:
Počítačové učebny: P:\Student\Martisek\1PG_Prednasky

MathOnLine Cvičení:
http://mathonline.fme.vutbr.cz/Cviceni---Rhinoceros/sc-1244-sr-1-a-260/default.aspx

Skripta:
Borecká, K. a kol.: Konstruktivní geometrie, CERM, Beno, 2006

1 Konstrukční úlohy

Kuželosečky

Konstrukce kuželoseček ze zadaných prvků.
Typové příklady: MathOnLine, Cvičení, Kuželosečky, př. 1c), 3, skripta – str. 24, 25

Kinematická geometrie

Konstrukce prosté, prodloužené a zkrácené cykloidy, epi- a hypocykloidy.
Typové příklady: MathOnLine, Cvičení, Kinematika, př. 2, 3, skripta – str. 122

Šroubovice

Mongeovo promítání:
Šroubování bodu o daný úhel, danou výšku
Typový příklad: Prezentace, předn. 11. str. 3, př. **3**
Zobrazení šroubovice včetně oskulačních kružnic a tečny
Typové příklady: Prezentace, předn. 11. str. 3, př. 2, 5
Pravoúhlá axonometrie:
Zobrazení šroubovice včetně oskulačních kružnic a tečny
Typové příklady: Prezentace, předn. 11. str. 3, př. 6.

Plochy a tělesa

Mongeovo promítání:
Konstrukce hranolu, jehlanu, válce a kužele s podstavou v obecné rovině
Typové příklady: Prezentace, předn. 8. str. 1, MathOnLine Přednášky, kpt. 10. 1. př. 1, 2.
Konstrukce kulové plochy ze zadaných prvků

Typový příklad: Prezentace, předn. 8. str. 1, př. 5
Konstrukce řezu hranolu a jehlanu s podstavou v půdorysně obecnou rovinou
Typové příklady: Prezentace, předn. 9. str. 1, př. 1,2
Konstrukce řezu rotačního kužele s podstavou v půdorysně rovinou kolmou na nárysnu (eliptický, parabolický i hyperbolický řez)
Typové příklady: Skripta, str. 90, 91, 92

Pravoúhlá axonometrie:
Konstrukce hranolu, jehlanu, válce a kužele s podstavou v některé pomocné průmětně.
Typové příklady: Prezentace, předn. 8. str. 1
Konstrukce řezu hranolu a jehlanu s podstavou v půdorysně obecnou rovinou
Typové příklady: Prezentace, předn. 9. str. 2, př. 1,2
Konstrukce řezu rotačního válce rovinou rovnoběžnou se souřadnou osou
Typový příklad: Prezentace, předn. 10. str. 13, př. 4

2 Typy výpočetních úloh

a) Rozšířený (projektivní) prostor

Bod v rozšířené rovině:

$\boldsymbol{A} = (a_1; a_2; \omega_a)$; $\omega_a = 0;1$ a alespoň jedno z čísel $a_1; a_2; \omega_a$ je nenulové

$$\omega_a = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \ je\ vlastní \\ 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \ je\ nevlastní \end{cases}$$

Vlastní bod: $\boldsymbol{A} = (a_1; a_2; 1)$, v euklidovské rovině bod s kartézskými souřadnicemi $A[a_1; a_2]$.
Nevlastní bod ${}_\infty\boldsymbol{A} = (a_1; a_2; 0)$, v euklidovské rovině vektor $\mathbf{a} = (a_1; a_2)$.

Bod v rozšířeném prostoru:

$\boldsymbol{A} = (a_1; a_2; a_3; \omega_a)$; $\omega_a = 0;1$ a alespoň jedno z čísel $a_1; a_2; a_3; \omega_a$ je nenulové

$$\omega_a = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \ je\ vlastní \\ 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \ je\ nevlastní \end{cases}$$

Vlastní bod: $\boldsymbol{A} = (a_1; a_2; a_3; 1)$, v euklidovském protoru bod s kartézskými souřadnicemi $A[a_1; a_2; a_3]$.
Nevlastní bod ${}_\infty\boldsymbol{A} = (a_1; a_2; a_3; 0)$, v euklidovském prostoru vektor $\mathbf{a} = (a_1; a_2; a_3)$.

Příklad: Rovnice přímky určené body $\boldsymbol{A}; \boldsymbol{B}$:

$$\boldsymbol{X}(t) = \boldsymbol{A} + (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}) \cdot t = (a_1; a_2; a_3; 1) + \left[(b_1; b_2; b_3; 1) - (a_1; a_2; a_3; 1)\right] \cdot t =$$
$$= (a_1; a_2; a_3; 1) - (b_1 - a_1; b_2 - a_2; b_3 - a_3; 0) \cdot t = (a_1 + s_1 t; a_2 + s_2 t; a_3 + s_3 t; 1)$$

Rozepsáním do souřadnic dostaneme parametrické rovnice

$$
\begin{aligned}
&x = a_1 + s_1 t \\
&y = a_2 + s_2 t \\
&z = a_3 + s_3 t \\
&1 = 1 \ (neuvádí\ se)
\end{aligned}
$$

Rovnice křivky $\boldsymbol{Q}(t) = \left(f_1(t);\ f_2(t);\ f_3(t);1 \right)$ (uvažujeme jen vlastní body)

$f_1(t);\ f_2(t);\ f_3(t)$ - souřadnicové funkce

b) Projektivní zobrazení v rozšířeném prostoru

$\boldsymbol{A}'^T = \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{A}^T$, $\boldsymbol{M}$ - matice projektivního zobrazení

$$
\begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \\ \omega'_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \omega_a \end{pmatrix}
$$

Afinní zobrazení zobrazuje vlastní bod na vlastní bod, tedy $\omega_a = \omega'_a = 1 \Rightarrow$ matice afinního zobrazení:

$$
\begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 1 \end{pmatrix}
$$

Příklad: Posunutí o vektor $\mathbf{v} = (v_1; v_2; v_3; 0)$

$$
\left.\begin{array}{llllr} a'_1 = & a_1 & & & +v_1 \\ a'_2 = & & a_2 & & +v_2 \\ a'_3 = & & & a_3 & +v_3 \\ \ \ 1 & & & & 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & v_1 \\ 0 & 1 & 0 & v_2 \\ 0 & 0 & 1 & v_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{T_v} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & v_1 \\ 0 & 1 & 0 & v_2 \\ 0 & 0 & 1 & v_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$\mathbf{T_v}$ - matice posunutí (translace) o vektor $\mathbf{v}$

Příklad: Otočení kolem osy z o úhel α :

$$
\left.\begin{array}{llll} a'_1 = & a_1 \cos\alpha & -a_2 \sin\alpha & \\ a'_2 = & a_1 \sin\alpha & +a_2 \cos\alpha & \\ a'_3 = & & & a_3 \\ \ \ 1 & & & 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\Rightarrow \mathbf{R}_{z,\alpha} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$\mathbf{R}_{z,\alpha}$ - matice rotace o úhel α kolem osy z.

Varianty: rotace kolem os $x;y$, osová souměrnost podle os $x;y,z$, shodná zobrazení v projektivní rovině

Skládání zobrazení: Matice složeného zobrazení = součin matic jednotlivých složek:

Příklad: Matice vyšroubování o úhel α kolem osy z (redukovaná výška v_0 - výška, o kterou vystoupá bod při vyšroubování o úhel 1 radián): $\mathbf{M}=\mathbf{R}_{z;\alpha}\cdot\mathbf{T}_{\mathbf{v}}$; kde $\mathbf{v}=(0;0;v_0\alpha;0)$:

$$\mathbf{M}=\mathbf{R}_{z;\alpha}\cdot\mathbf{T}_{\mathbf{v}}\Rightarrow\mathbf{M}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0\\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & v_0\alpha\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0\\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & v_0\alpha\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Varianty: šroubování kolem os $x;y$

Příklad: Otočte bod $A[1;3]\in E^2$ o úhel $\frac{\pi}{4}$ kolem bodu $S[2;1]\in E^2$

$$\begin{pmatrix}a_1'\\ a_2'\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 3\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 2\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\ 2\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\frac{\sqrt{2}}{2}+2\\ \frac{\sqrt{2}}{2}+1\\ 1\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}-0.121\\ 1.707\\ 1\end{pmatrix}$$

c) Křivky

Příklad: Určete rovnici šroubovice s osou v ose z, procházející bodem $\boldsymbol{A}=(4;0;0;1)$; $v_0=3$

Řešení:

$$\boldsymbol{Q}^T(t)=\mathbf{M}\cdot\boldsymbol{A}^T=\begin{pmatrix}\cos t & -\sin t & 0 & 0\\ \sin t & \cos t & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & \pm 3t\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\ 0\\ 0\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cos t\\ 4\sin t\\ \pm 3t\\ 1\end{pmatrix}\Rightarrow\boldsymbol{S}=(4\cos t;4\sin t;\pm 3t;1);$$

$t\in\langle 0;2k\pi\rangle$

($+$ pravotočivá, $-$ levotočivá)

Varianty: šroubovice s osou $x;y$

==================

Tečna křivky $\boldsymbol{Q} = \left(f_1(t); f_2(t); f_3(t); 1 \right)$:

Směrový vektor:

$\boldsymbol{Q}' = \left(f'_1(t); f'_2(t); f'_3(t); 0 \right)$

Tečna v bodě $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{Q}(t_0) = \left(f_1(t_0); f_2(t_0); f_3(t_0); 1 \right)$: $\quad \boldsymbol{T} = \boldsymbol{Q}(t_0) + \boldsymbol{Q}'(t_0) \cdot t$

Oskulační rovina v bodě $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{Q}(t_0)$

$$\rho = \boldsymbol{Q}(t_0) + \boldsymbol{Q}'(t_0) \cdot u + \boldsymbol{Q}''(t_0) \cdot v$$

Křivost v bodě $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{Q}(t_0)$:

$$\kappa(t_0) = \frac{\left| \boldsymbol{Q}'(t_0) \times \boldsymbol{Q}''(t_0) \right|}{\left| \boldsymbol{Q}'(t_0) \right|^3}$$

Oskulační kružnice: Leží v oskulační rovině, střed na hlavní normále, poloměr $r = \kappa^{-1}(t_0)$.

Příklad: Šroubovice je dána osou $o(x = y = 0)$, bodem $\boldsymbol{A} = (0;5;0;1)$ a redukovanou výšku $v_0 = 2$. Určeme tečnu a oskulační rovinu v bodě $\boldsymbol{A}$

Řešení: Matice šroub. pohybu - viz př. d):

Šroubovice: $$\boldsymbol{Q}^T(t) = \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5\sin t \\ 5\cos t \\ 2t \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{Q}(t) = (-5\sin t; 5\cos t; 2t; 1) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Q}(0) = \boldsymbol{A} = (0;5;0;1)$

$\boldsymbol{Q}'(t) = (-5\cos t; -5\sin t; 2; 0) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Q}'(0) = (-5;0;2;0)$

$\boldsymbol{Q}''(t) = (5\sin t; -5\cos t; 0; 0) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Q}''(0) = (0;-5;0;0)$

tečna: $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{Q}(0) + \boldsymbol{Q}'(0) \cdot t = (0;5;0;1) + (-5;0;2;0) \cdot t$

oskulační rovina: $\alpha = \boldsymbol{Q}(t_0) + \boldsymbol{Q}'(t_0) \cdot u + \boldsymbol{Q}''(t_0) \cdot v =$

$(0;5;0;1) + (-5;0;2;0) \cdot u + (0;-5;0;0) \cdot v$

Rozepsáno do parametrických rovnic:

Tečna:	Další přímka oskulační roviny	Oskulační rovina
$x = \quad -5t$	$x = 0$	$x = \quad -5u$
$y = 5$	$y = 5 - 5t$	$y = 5 \qquad -5v$
$z = \quad 2t$	$z = 0$	$z = \quad 2u$

Varianty: šroubovice s osou $x; y$

Příklad: Šroubovice je dána osou $o(x=y=0)$, bodem $\boldsymbol{A}=(0;5;0;1)$ a redukovanou výšku $v_0=5$. Určeme poloměr oskulační kružnice v bodě $\boldsymbol{A}$

Řešení:

Matice šroub. pohybu - viz výše:

Šroubovice: $$\boldsymbol{Q}^T(t)=\mathbf{M}\cdot\boldsymbol{A}^T=\begin{pmatrix}\cos t & -\sin t & 0 & 0\\ \sin t & \cos t & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 5t\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\5\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\sin t\\ 5\cos t\\ 5t\\ 1\end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{Q}(t)=(-5\sin t;5\cos t;5t;1)$

$\boldsymbol{Q}'(t)=(-5\cos t;-5\sin t;5;0) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Q}'(0)=(-5;0;5;0)$

$\boldsymbol{Q}''(t)=(5\sin t;-5\cos t;0;0) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Q}''(0)=(0;-5;0;0)$

Poloměr oskulační kružnice:

$$\boldsymbol{Q}'(t_0)\times\boldsymbol{Q}''(t_0)=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ -5 & 0 & 5\\ 0 & -5 & 0\end{vmatrix}=25\mathbf{i}+0\mathbf{j}+25\mathbf{k}=(25;0;25)$$

$|\boldsymbol{Q}'(t_0)\times\boldsymbol{Q}''(t_0)|=\sqrt{2\cdot 25^2}=25\sqrt{2}$

$|\boldsymbol{Q}'(t_0)|=\sqrt{(-5)^2+0^2+5^2}=5\sqrt{2}$

$$\kappa(t_0)=\frac{|\boldsymbol{Q}'(t_0)\times\boldsymbol{Q}''(t_0)|}{|\boldsymbol{Q}'(t_0)|^3}=\frac{25\sqrt{2}}{\left(5\sqrt{2}\right)^3}=\frac{25\sqrt{2}}{125\cdot 2\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{10}; \qquad r(t_0)=\frac{1}{\kappa(t_0)}=10$$

Varianty: šroubovice s osou $x;y$, oskulační kružnice elipsy ve vrcholech (bylo spočítáno na přednášce), oskulační kružnice kružnice ☺

===============

d) Generování ploch

Příklad: Napište rovnici plochy vzniklé rotací přímky $\boldsymbol{P}(u)=\boldsymbol{AB}$; $\boldsymbol{A}=(3;0;0;1)$; $\boldsymbol{B}=(0;0;5;1)$ kolem osy x.

Řešení: Matice příslušné rotace je

$$\mathbf{R}_{z,v}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos v & -\sin v & 0\\ 0 & \sin v & \cos v & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Rovnice přímky (viz příklad a): $\boldsymbol{P}(u)=\boldsymbol{A}+(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\cdot u=(3-3u;0;5u;1)$

Kuželová plocha je tedy:

$$\kappa^T(u;v)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos v & -\sin v & 0\\ 0 & \sin v & \cos v & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3-3u\\ 0\\ 5u\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-3u\\ -5u\sin v\\ 5u\cos v\\ 1\end{pmatrix};\ u\in\mathbf{R};\ v\in\langle 0;2\pi)$$

Rozepsáno do parametrických rovnic:

$$\begin{aligned}x&=3-3u\\ y&=-5u\sin v\\ z&=5u\cos v\end{aligned}$$

Varianty: rotace kolem os $y;z$
=====================

Příklad: Parabola $\boldsymbol{P}(u)=(3;u;u^2;1)$ se pohybuje ve směru $\boldsymbol{v}(v)={}_{\infty}\boldsymbol{V}(v)=(v;-v;v;0)$. Napište rovnici parabolické válcové plochy σ, která tímto pohybem vznikne

Řešení: Matice příslušné translace je

$$\mathbf{T}_{\mathrm{v}}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & v\\ 0 & 1 & 0 & -v\\ 0 & 0 & 1 & v\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

takže

$$\sigma^T(u;v)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & v\\ 0 & 1 & 0 & -v\\ 0 & 0 & 1 & v\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ u\\ u^2\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3+v\\ u-v\\ u^2+v\\ 1\end{pmatrix}\qquad u;v\in\mathbb{R}$$

Parametrické rovnice:

$$\begin{aligned}x&=3\quad +v\\ y&=u\quad -v\\ z&=u^2\quad +v\end{aligned}$$

Varianty: parabola v rovině kolmé na jinou souř. osu, jiný směr, popř. i jiná řídicí křivka.
===============

3 Okruhy teoretických otázek

Euklidovský a projektivní prostor

1. Základní útvary a vztahy mezi nimi, axiomatická výstavba (skupiny axiomů, příklady)
2. Syntetický model euklidovského prostoru - PK geometrie a řešitelnost úloh, příklady neřešitelných úloh
3. Analytický model euklidovského prostoru – vektorový a afinní prostor, kartézské souřadnice
4. Projektivní prostor syntetický a analytický model, homogenní souřadnice

Zobrazení a promítání

1. Zobrazení, kolineární zobrazení, dělicí poměr a dvojpoměr, Pappova věta
2. Středová kolineace mezi rovinami a v rovině (synteticky)
3. Osová afinita mezi rovinami a v rovině (synteticky)
4. Promítání prostoru na rovinu, základní typy a vlastnosti, Pohlkeova věta

Kinematická geometrie v rovině

1. Základní pojmy a vlastnosti (neproměnná soustava, trajektorie, okamžitý střed otáčení, polodie, vratný pohyb)
2. Přehled cyklických pohybů (cykloidální, epi- hypocykloidální, evolventní)

Mongeovo promítání

1. Základní pojmy, zobrazení bodu, přímky a roviny
2. Základní polohové úlohy - rovnoběžka k přímce, rovina rovnoběžná s rovinou, průsečnice rovin, průsečík přímky s rovinou
3. Základní metrické úlohy - kolmice k rovině, rovina kolmá k přímce, sklápění („skutečná“ velikost úsečky), otáčení (jednoduchá planimetrická úloha v obecné rovině)

Pravoúhlá axonometrie

1. Základní pojmy, zobrazení bodu, přímky a roviny
2. Základní polohové úlohy - rovnoběžka k přímce, rovina rovnoběžná s rovinou, průsečnice rovin, průsečík přímky s rovinou
3. Zářezová metoda

Křivky

1. Souvislá množina, topologická dimenze, Hausdorffova (fraktální) dimenze, křivka
2. Klasifikace křivek, příklady rovinných, prostorových, analytických a grafických křivek
3. Regulární křivky - bodová funkce, tečna, normála, křivost, oskulační kružnice
4. Kuželosečky – ohniskové a projektivní definice, řezy kuželové plochy, ohniskové vlastnosti.
5. Afinita mezi kružnicí a elipsou
6. NURBS křivky - pojmy řídicí bod, bázová funkce, stupeň křivky, váha bodu, napojování, kuželosečky jako NURBS

7. Šroubovice – definice, orientace, redukovaná výška, řídicí kužel a jeho souvislost s tečnami

Plochy

1. Pojem plochy, regulární plocha, křivky na ploše, eliptický, parabolický a hyperbolický bod
2. Tečná rovina, normála, křivosti plochy
3. Základní metody generování ploch, pojmy přímková, cyklická, translační, rotační a šroubová plocha
4. Elementární plochy jako NURBS.
5. Rotační plochy – meridiánová rovina, meridián, rovnoběžkové kružnice
6. Šroubové plochy – základní rozdělení a použití
7. Přímkové plochy – rozvinutelné, zborcené, příklady

Příklad zadání:

1. Sestrojte parabolu, která se dotýká přímek $t_1\left(y=30-\frac{x}{3}\right)$; $t_2\left(y=\frac{x}{2}-50\right)$ v bodech $T_1=\left[-30;?\right]$; $T_1=\left[?;-30\right]$; $T_1\in t_1;T_2\in t_2$ (20 bodů).
2. Je dán pravidelný šestiboký jehlan s výškou $v=90$ a podstavou v půdorysně, střed podstavy $S=\left[40;50;0\right]$, vrchol podstavy $A=\left[50;20;0\right]$. Sestrojte jeho řez rovinou $\alpha=\left(60;-50;30\right)$ v pravoúhlé axonometrii, $\Delta XYZ\left(100;110;120\right)$ (20 bodů).
3. Po kružnici $x^2+y^2=25$ se odvaluje její tečna t. Určete rovnici dráhy jejího bodu $A\in t$, který v čase $t_0=0$ splývá s bodem $A_0=\left[5;0\right]$ (20 bodů).
4. Vysvětlete pojmy souvislá množina, topologická dimenze, Hausdorffova (fraktální) dimenze, křivka (teoretická otázka bude položena ústně).
(20 bodů).

prosinec 2018

Doc. PaedDr. Dalibor Martišek, Ph.D.
garant předmětu