Požadavky ke zkoušce z předmětu

Numerické metody II

školní rok 2018/19

1. Výpočet vlastních čísel a vektorů

   1.1 Základní pojmy

   1.1.1 Formulace úlohy vlastních čísel a vlastních vektorů (existence, jednoznačnost, násobnost vlastních čísel, diagonalizovatelnost matice), zobecněná úloha vlastních čísel a vektorů.

   1.1.2 Lokalizace vlastních čísel.

   1.1.3 Podmíněnost vlastních čísel.

   1.1.4 Transformace úlohy vlastních čísel a vektorů (inverze, mocnění, posun, podobnostní transformace).

   1.2 Metody mocninného typu

   1.2.1 Mocninná metoda a její varianty (základní metoda a její vlastnosti, normalizovaná mocninná metoda, inverzní iterace, použití posunu, Rayleighův podíl). Kdy je vhodné kterou variantu použít?

   1.2.2 Simultánní iterace, ortogonální iterace (kdy lze použít, k čemu konverguje, vysvětlete pojem „reálný Schurův tvar matice“).

   1.2.3 QR metoda (základní tvar, kdy lze použít, k čemu konverguje, zrychlení konvergence (posuvy, transformace na Hessenbergův tvar), jak metoda funguje pro symetrickou matici).

   1.3 Ostatní metody

   1.3.1 Metoda iterací v podprostorech s projekcí (podstata metody, souvislost s Arnoldiho metodou a s Lanczosovou metodou, pro jaké úlohy jsou tyto metody vhodné).

   1.3.2 Jacobiho metoda (princip metody, pro jaké úlohy ji lze použít).

   1.3.3 Metoda bisekce (princip metody, pro jaké úlohy ji lze použít).

   1.3.4 Výpočet singulárních čísel a vektorů.

2. Obyčejné diferenciální rovnice - počáteční úlohy

   2.1 Eulerovy metody řádu 1.

   2.1.1 Explicitní Rungovy-Kuttovy (RK) metody.

   2.1.2 Lokální diskretizační chyba, řád, konvergence.

   2.1.3 Řízení délky kroku.

   2.1.4 Absolutní stabilita RK metod.

- 2.2 Lineární mnohokrokové metody (LMM explicitní, implicitní, k-kroková, startovací hodnoty, normalizace, lokální diskretizační chyba, řád, D-stabilita, absolutní stabilita, konvergence).
  - 2.2.1 Adamsovy metody (odvození metod explicitních a implicitních, přednosti a nedostatky (přesnost, absolutní stabilita)).
  - 2.2.2 Metody prediktor-korektor, schéma ABk-AMk-PECE, lokální extrapolace (ABk-AMk-PECLE, ABk-AM(k+1)-PECE), technika VSVO (výběr délky kroku a řádu metody).
  - 2.2.3 Metody zpětného derivování (odvození, přesnost, A(α)$-$stabilní metoda).
- 2.3 Tuhý systém ODR (stabilita počátečního problému, charakteristické vlastnosti tuhého problému, jaké metody jsou pro řešení tuhých problémů vhodné (nevhodné), jak se řeší nelineární soustavy rovnic vznikající při použití implicitních metod).

3. Obyčejné diferenciální rovnice - okrajové úlohy.

- 3.1 Metoda střelby (princip, lichoběžníková metoda).
- 3.2 Diferenční metoda (princip, okrajová podmínka Dirichletova a Newtonova typu, rovnice s konvekčním členem).
- 3.3 Metoda konečných objemů.
- 3.4 Metoda konečných prvků.
  - 3.4.1 Slabá formulace (různé typu okrajových podmínek).
  - 3.4.2 Diskretizace pomocí lineárního prvku.
  - 3.4.3 Elementární matice a vektory, sestavování globální soustavy lineárních rovnic.

4 Parciální diferenciální rovnice

- 4.1 Úloha eliptického typu (formulace)
  - 4.1.1 Diferenční metoda (princip, okrajová podmínka Dirichletova a Newtonova typu, obdélníková oblast, obecnější rovnice, konvekční člen).
  - 4.1.2 Metoda konečných objemů (obdélníková a trojúhelníková síť).
  - 4.1.3 Metoda konečných prvků
    - 4.1.3.1 Slabá formulace.
    - 4.1.3.2 Diskretizace pomocí lineárního trojúhelníkového prvku.
    - 4.1.3.3 Elementární matice a vektory.
    - 4.1.3.4 Sestavení globální soustavy rovnic.
- 4.2 Úloha parabolického typu (formulace).
  - 4.2.1 Metoda přímek.
  - 4.2.2 Tuhost modelové úlohy $\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{o}, \mathbf{u}(0) = \boldsymbol{\varphi}$.
  - 4.2.3 Časová diskretizace (stabilita, A_0-stabilní metody, $\theta-$metoda, Crankova-Nicolsonova metoda).

4.3 Úloha hyperbolického typu (formulace)

4.3.1 Metoda přímek.

4.3.2 Tuhost modelové úlohy $\ddot{\mathbf{u}} + c\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{o}, \mathbf{u}(0) = \boldsymbol{\varphi}, \dot{\mathbf{u}}(0) = \boldsymbol{\psi}$ (převod na soustavu ODR1, oscilatoricky tuhý problém).

4.3.3 Časová diskretizace (lichoběžníková metoda).

4.4 Hyperbolická rovnice prvního řádu (formulace)

4.4.1 Metoda přímek

4.4.2 Tuhost modelové úlohy $\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{o}, \mathbf{u}(0) = \boldsymbol{\varphi}$.

4.4.3 Metoda charakteristik (upwind, Lax-Wendroff, Beam-Warming).

Průběh zkoušky. Zkouška je individuální. Student dostane čtyři otázky, po jedné z každého okruhu, na které písemně odpoví (celkem může získat až 70 bodů). Dalších 0 až 30 bodů student dostane od cvičícího (po splnění podmínek pro udělení zápočtu). Celkové hodnocení: $90 - 100$ bodů = A, $80 - 89$ bodů = B, $70 - 79$ bodů = C, $60 - 69$ bodů = D, $50 - 59$ bodů = E, méně než 50 bodů = F.

Základní literatura

[1] L. Čermák: *Vybrané statě z numerických metod*,[online], dostupný z `http://mathonline.fme.vutbr.cz.`

[2] L. Čermák: *Numerické metody pro řešení diferenciálních rovnic*,[online], dostupný z `http://mathonline.fme.vutbr.cz.`

[3] R. Hlavička: *Numerické metody pro řešení diferenciálních rovnic: Průvodce softwarem a počítačová cvičení v prostředí MATLABu*,[online], dostupný z `http://mathonline.fme.vutbr.cz.`

Brno, 24. dubna 2019

Doc. RNDr. Libor Čermák, CSc.