1. a) Rozhodněte, zda konverguje řada

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{-1+(-2)^k-\mathrm{e}^k}{6^k}.$$

Pokud ano, určete její součet. [2b]

b) Zdůvodněte, proč je součet řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k!}{2k^k}$$

nezávislý na pořadí, v jakém budeme její členy sčítat (proč můžeme řadu přerovnat beze změny součtu). *Nápověda.* Platí $2^k \le 4(k-1)!$, $k = 1, 2, \dots$. [2b]

2. Je dána funkce

$$f(x) = \frac{2\mathrm{e}^{-x^2}-2}{7x^2}.$$

a) Napište Taylorovu řadu funkce se středem v bodě $x_0 = 0$ (včetně sumačního zápisu). [4b]

b) Určete obor (bodové) konvergence $I^\star$ řady (libovolným způsobem). [2b]

c) Pomocí řady určete $\lim_{x\to 0} f(x)$. [1b]

d) Pomocí řady vyčíslete přibližně integrál $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ s chybou menší než 10^{-3}. [2b]

3. Je dána funkce

$$f(x) = -|x-2| - 4 \text{ na } (0;4),$$

kterou chceme rozvést do **kosinové** Fourierovy (trigonometrické) řady.

a) Napište Fourierovy koeficienty a_0, a_k, b_k, integrály však nevyčíslujte! Budou některé koeficienty nulové? Svůj závěr zdůvodněte. [3b]

b) Napište příslušnou řadu. [1b]

c) Načrtněte součet řady na intervalu $\langle -4; 8\rangle$. [2b]

d) Bude řada konvergovat na $\langle -4; 8\rangle$ stejnoměrně? Opět zdůvodněte. [1b]