

1. Určete neznámou matici X tak, aby byla splněna rovnice níže. [2,7 bodu]

$$-\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Diskutujte řešitelnost soustavy rovnic v závislosti na reálných parametrech a, b a tato řešení napište. [2+1 bodu]

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 1 \\ x + (a+2)y &= b+1 \\ -2x - (a+4)y + (a+2)z &= -b-2 \end{aligned}$$

3. Spočítejte determinant matice A . [1 bod]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Napište rovnici přímky p procházející body A, B , určete úhel mezi přímkami p, q a klasifikujte jejich vzájemnou polohu. [1,1 bodu]

$$\begin{aligned} p: A &= [1, 1, 1] \\ B &= [2, 0, 1] \end{aligned} \quad \begin{aligned} q: x &= 2 + t \\ y &= -3 + t \\ z &= 1 \end{aligned}$$

5. Napište definiční obory a obory hodnot funkcí, určete, zda jsou sudé, liché, periodické, ohraničené (pokud ano, napište hodnoty, které je ohraničují) či monotonní (rostoucí, klesající atd.). Načrtněte jejich grafy. [2,2 bodu]

$$f(x) = 2x^3 \quad g(x) = \frac{1}{x-1} + 1$$

6. Pokud existuje, spočtěte inverzi k funkci $f(x)$. [1 bod]

$$f(x) = 3e^{-x+1} - 2$$