

1. Určete neznámou matici  $X$  tak, aby byla splněna rovnice níže. [30%]

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 10 & 5 & 10 \\ 7 & 5 & 7 \\ 10 & 5 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Diskutujte řešitelnost soustavy rovnic v závislosti na reálných parametrech  $a, b$  a tato řešení napište. [17%+10%]

$$\begin{aligned} 2x &+ 2z = 2b \\ 2x + (a+1)y + 3z &= 3b + 1 \\ -x - (a+1)y + (a-2)z &= 1 \end{aligned}$$

3. Spočítejte determinant matice  $A$ . [14%]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 8 & -6 \\ -1 & 0 & -1 & 7 \\ 3 & 7 & 7 & 10 \end{pmatrix}$$

4. Napište rovnici přímky  $p$  procházející body  $A, B$ , určete úhel mezi přímkami  $p, q$  a klasifikujte jejich vzájemnou polohu. [10%]

$$\begin{aligned} p: A &= [1, 1, -1] \\ B &= [2, 0, -1] \end{aligned} \quad \begin{aligned} q: x &= 2 - t \\ y &= -3 - t \\ z &= -1 \end{aligned}$$

5. Napište definiční obory a obory hodnot funkcí, určete, zda jsou sudé, liché, periodické, ohraničené (pokud ano, napište hodnoty, které je ohraničují) a monotonní (rostoucí, klesající atd.). Načrtněte jejich grafy. [13%]

$$f(x) = \cos |x| \quad g(x) = 2 - (x+1)^2$$

6. Určete definiční obor funkce  $f(x)$ . [8%]

$$f(x) = 2 \ln(\sin x) + \frac{1}{x^6 + 1}$$

7. Pokud existuje, spočtěte inverzi k funkci  $f(x)$ . [8%]

$$f(x) = 2^{2x+1} - 1$$