
1. Spočtěte následující limity, první bez použití l'Hospitalova pravidla, druhou s jeho použitím. Diskutujte použitelnost l'Hospitalova pravidla v obou případech. [1 bod]

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x - 3}{2x^3 + 4x - 3}$
b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \cos(2x)}{e^x - 1}$

2. Zderivujte následující funkci, výsledek upravte do snesitelné formy. [0,6 bodu]

$$f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^3}$$

3. Napište Taylorův polynom řádu n funkce $g(x)$ v bodě x_0 . [2 body]

a) $g(x) = e^{2x}$, $n = 5$, $x_0 = 0$
b) $g(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$, $n = 3$, $x_0 = \pi$

4. Zodpovězte otázky: [2,2 bodu]

a) Má funkce $h_1(x)$ kritické a inflexní body? Jaké? $h_1(x) = e^{-x^2}$
b) Jaký je definiční obor funkce $h_2(x)$? Má asymptoty? Jaké? $h_2(x) = \frac{\arctg(\frac{1}{x})}{x - 1}$

5. Určete primitivní funkce. [1,2 bodu]

a) $\int (x + 1) \sin(x) dx$
b) $\int \frac{\sqrt{1 + \arctg(2x)}}{1 + 4x^2} dx$

6. Spočtěte Riemannův integrál. [2,2 bodu]

$$\int_1^2 \frac{x^3 - 1}{x^3 + x^2} dx$$

7. Udejte přesně plochu mezi křivkami $y_1(x)$ a $y_2(x)$, situaci načrtněte. [0,8 bodu]

$$y_1(x) = x^5$$
$$y_2(x) = \sqrt[3]{x}$$