10. 12. 2009 jméno:

---

1. Spočítejte následující limitu s použitím l'Hospitalova pravidla. [0,8 bodu]

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)\cos(2x)}{\mathrm{e}^x - 1}$$

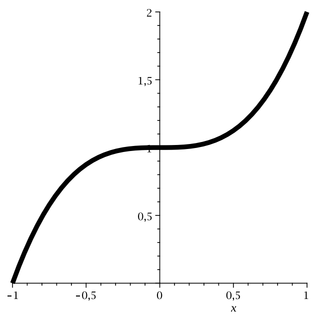
2. Napište Taylorův polynom řádu n funkce $f(x)$ v bodě x_0. [0,6 bodu]

$$f(x) = \mathrm{e}^x,\ \ n = 5,\ \ x_0 = 0$$

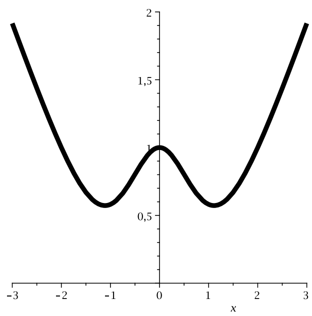
3. Najděte všechny lokální extrémy funkce $f(x) = x\,\mathrm{e}^{-x}$. [1,5 bodu]

4. V obrázcích zřetelně vyznačte a popište:
   a) stacionární body a extrémy,
   b) inflexní body,
   c) intervaly, kde jsou funkce konvexní a konkávní.

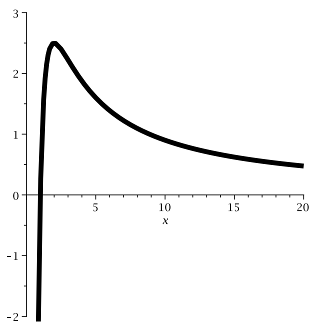
   Dále výpočtem určete rovnici tečny k funkci $f(x)$ v bodě $x = 1$ a všechny asymptoty funkce $h(x)$. [3 body]



$f(x) = x^3 + 1$



$g(x) = \sqrt{\frac{x^4+4}{x^2+1}} - 1$



$h(x) = 10\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$

5. Spočítejte následující integrály. [1,5 bodu]

$$\text{a)}\quad \int (x+1)\sin(x)\,\mathrm{d}x \quad \textit{[per partes]}$$

$$\text{b)}\quad \int \frac{\sqrt{1+\operatorname{arctg}(2x)}}{1+4x^2}\,\mathrm{d}x \quad \textit{[subst. } t = 1 + \operatorname{arctg}(2x)\textit{]}$$

6. Vyčíslete Riemannův integrál. [0,8 bodu]

$$\int_1^2 \frac{x^2-1}{x^3+x^2}\,\mathrm{d}x$$

7. Určete objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti ω kolem osy x, kde $\omega = \{[x,y];\ -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le y \le \sqrt{\cos(x)}\}$. [1,8 bodu]