29. 3. 2011 jméno:

---

1. Popište a nakreslete definiční obor funkce [8%]

$$f(x,y) = \ln\left(1 - x^2 - y^2\right) .$$

2. Napište obecný vztah pro první diferenciál reálné funkce dvou reálných proměnných. Následně spočítejte pro zadanou funkci $f(x,y)$ v bodě $A[1;1]$ gradient, první diferenciál, tečnou rovinu a derivaci ve směru vektoru $\mathbf{v} = (4;3)$, jestliže [18%]

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 .$$

3. V bodě $A[1;0]$ vypočtěte Taylorův polynom 2. stupně k funkci [20%]

$$f(x,y) = \frac{x^3 + y^3}{3} - \sin(xy) .$$

4. Najděte lokální extrémy funkce [24%]

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy .$$

5. Určete tečnu v bodě $A = \left[\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ k funkci $y = y(x)$ dané implicitní rovnicí [14%]

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 .$$

6. Uveďte příklady věcí a jevů (žádné vzorce), které lze popsat [16%]

- funkcí jedné proměnné,
- funkcí dvou proměnných,
- funkcí tří proměnných.

Bonusová úloha:
Rozhodněte o extrémech funkce $f(x,y)$ z úkolu č. 4 na křivce *[15%]*

$$x + y = 0 .$$