
1. Spočítejte integrál

[18%]

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} (x-y) \, dy \, dx.$$

2. Určete hmotnost atletického tréninkového disku, který můžeme pro početní účely aproximovat kruhem o průměru 2 dm s hustotou danou vztahem [26%]

$$\sigma(x, y) = \frac{3}{2\pi} \left(1 - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \right) \quad [\text{kg} \cdot \text{dm}^{-2}].$$

3. Určete těžiště tělesa vymezeného nerovnostmi

[33%]

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\leq 2z \\ z &\leq 1, \end{aligned}$$

je-li hustota $\rho(x, y, z) = 1$ a víte-li, že je hmotnost rovna π .

4. Spočítejte hmotnost kulové slupky $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, jejíž hustota je dána vztahem [23%]

$$\rho(r) = \frac{1}{r^2}, \text{ kde } r \text{ je vzdálenost bodu od počátku souřadnic.}$$