

| typ integrálu | jak zadán | integrand | přes co integrujeme | popis toho, přes co integrujeme | výpočet | výsledek | vyjadřuje |
|------------------------|--|--|--|--|--|------------|--|
| neurčitý | $\int f(x) \, dx$ | funkce jedné proměnné, $f(x)$ | není zadáno | | | $F(x) + c$ | primitivní funkce k f |
| jednoduchý | $\int\limits_a^b f(x) \, dx$ | funkce jedné proměnné, $f(x)$ | interval $\langle a, b \rangle$ | | $F(b) - F(a)$ | číslo | obsah plochy pod grafem |
| dvojný | $\iint\limits_M f(x, y) \, dx dy$ | funkce dvou proměnných, $f(x, y)$ | oblast ve 2D | meze $\begin{matrix} a_1 & \leq & x & \leq & a_2 \\ b_1(x) & \leq & y & \leq & b_2(x) \end{matrix}$ | $\int\limits_{a_1}^{a_2} \left(\int\limits_{b_1(x)}^{b_2(x)} f(x, y) \, dy \right) dx$ | číslo | $f(x, y) = 1 \Rightarrow$ obsah oblasti, jinak např. objem mezi rovinou xy a grafem funkce, hmotnost oblasti o hustotě f |
| trojný | $\iiint\limits_M f(x, y, z) \, dx dy dz$ | funkce tří proměnných, $f(x, y, z)$ | oblast ve 3D | meze $\begin{matrix} a_1 & \leq & x & \leq & a_2 \\ b_1(x) & \leq & y & \leq & b_2(x) \\ c_1(x, y) & \leq & z & \leq & c_2(x, y) \end{matrix}$ | $\int\limits_{a_1}^{a_2} \left(\int\limits_{b_1(x)}^{b_2(x)} \left(\int\limits_{c_1(x, y)}^{c_2(x, y)} f(x, y, z) \, dz \right) dy \right) dx$ | číslo | $f(x, y, z) = 1 \Rightarrow$ objem oblasti, jinak např. hmotnost oblasti o hustotě f |
| křivkový neorientovaný | $\int\limits_{\vec{S}} f(x, y) \, ds$ $\int\limits_{\vec{S}} f(x, y, z) \, ds$ | funkce dvou nebo tří proměnných, $f(x, y)$ nebo $f(x, y, z)$ | křivka ve 2D nebo ve 3D | parametrizace $\begin{matrix} x & = & \varphi(t) \\ y & = & \psi(t) \\ \text{příp. } z & = & \chi(t), \\ t & \in & \langle a, b \rangle \end{matrix}$ | jednoduchý integrál $\int\limits_a^b f(x, y) \sqrt{(\varphi')^2 + (\psi')^2} \, dt$ $\int\limits_a^b f(x, y, z) \sqrt{(\varphi')^2 + (\psi')^2 + (\chi')^2} \, dt$ | číslo | $f(x, y) = 1 \Rightarrow$ délka křivky, jinak hmotnost křivky o hustotě f |
| křivkový orientovaný | $\int\limits_{\vec{\Gamma}} \vec{f}(x, y) \, d\vec{s}$ $\int\limits_{\vec{\Gamma}} f_1(x, y) \, dx + f_2(x, y) \, dy$ $\int\limits_{\vec{\Gamma}} \vec{f}(x, y, z) \, d\vec{s}$ $\int\limits_{\vec{\Gamma}} f_1(x, y, z) \, dx + f_2(x, y, z) \, dy + f_3(x, y, z) \, dz$ | vektorová funkce dvou nebo tří proměnných, tj. vektorové pole, $\vec{f}(x, y,) = (f_1(x, y), f_2(x, y))$ nebo $\vec{f}(x, y, z) = (f_1(x, y, z), f_2(x, y, z), f_3(x, y, z))$ | orientovaná křivka ve 2D nebo ve 3D, tj. křivka a poč. a konc. bod | parametrizace $\begin{matrix} x & = & \varphi(t) \\ y & = & \psi(t) \\ \text{příp. } z & = & \chi(t), \\ t & \in & \langle a, b \rangle \end{matrix}$ | jednoduchý integrál $\pm \int\limits_a^b \vec{f}(x, y) \cdot (\varphi', \psi') \, dt$ $\pm \int\limits_a^b \vec{f}(x, y, z) \cdot (\varphi', \psi', \chi') \, dt$ | číslo | práce vykonaná po křivce z poč. do konc. bodu, je-li působící síla \vec{f} |
| plošný neorientovaný | $\iint\limits_S f(x, y, z) \, dS$ | funkce tří proměnných, $f(x, y, z)$ | plocha ve 3D | parametrizace $\begin{matrix} x & = & \varphi(t, u) \\ y & = & \psi(t, u) \quad [t, u] \in M \\ z & = & \chi(t, u), \end{matrix}$ | dvojný integrál $\iint\limits_M f(x, y, z) \, \vec{n} \, dt du$ | číslo | $f(x, y, z) = 1 \Rightarrow$ obsah plochy, jinak např. hmotnost plochy o hustotě f |
| plošný orientovaný | $\int\limits_S \vec{f}(x, y, z) \, d\vec{S}$ $\int\limits_S f_1(x, y, z) \, dy dz + f_2(x, y, z) \, dx dz + f_3(x, y, z) \, dx dy$ | vektorová funkce tří proměnných, tj. vektorové pole, $\vec{f}(x, y, z) = (f_1(x, y, z), f_2(x, y, z), f_3(x, y, z))$ | orientovaná plocha ve 3D tj. plocha a směr | parametrizace $\begin{matrix} x & = & \varphi(t, u) \\ y & = & \psi(t, u) \quad [t, u] \in M \\ z & = & \chi(t, u), \end{matrix}$ | dvojný integrál $\pm \int\limits_M \vec{f}(x, y, z) \cdot \vec{n} \, dt du$ | číslo | tok přes plochu, je-li lokální průtok \vec{f} |

Transformace

polární:

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi \\ y &= \rho \sin \varphi \\ J &= \rho \end{aligned}$$

ρ ... vzdálenost od bodu [0, 0]

φ ... orientovaný úhel od osy x

válcové (cylindrické):

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi \\ y &= \rho \sin \varphi \\ z &= z \\ J &= \rho \end{aligned}$$

kulové (sférické):

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi \sin \theta \\ y &= \rho \sin \varphi \sin \theta \\ z &= \rho \cos \theta \\ J &= -\rho^2 \sin \theta \end{aligned}$$

ρ ... vzdálenost od osy z

φ ... v půdorysu orientovaný úhel od osy x

ρ ... vzdálenost od osy bodu [0, 0, 0]

φ ... v půdorysu orientovaný úhel od osy x

θ ... odklon od kladného směru osy z , tj. „od severního pólu“