

JMÉNO, PŘÍJMENÍ:

1	2	3	4	Σ

1. a) Načrtněte graf funkce $f(x) = |\log_3(x+1) + 2|$ a určete průsečíky s osami x, y . 7 b.
 b) Určete definiční obor funkce $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{2x+7}} + \frac{x}{2x-4}$. 7 b.
 c) Napište příklad klesající posloupnosti, která má limitu rovnu 2. 6 b.

[20 b.]

2. a) Určete determinant matice X , je-li $X = AB + 2C$ a

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

8 b.

- b) Vyřešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_3 &= 2 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 &= 6 \end{aligned}$$

8 b.

- c) Určete úhel, který svírají přímka p a rovina ρ . Přímka p je určena body $P[7, 4, -2]$, $Q[1, -1, 0]$ a rovina ρ je určena body $A[-1, 1, -2]$, $B[0, 1, 1]$, $C[1, -1, -1]$. 9 b.

[25 b.]

3. a) Spočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(2x - \pi)^2}$$

- b) Pomocí Taylorova polynomu 2. stupně (NE kalkulačky) určete přibližnou hodnotu čísla $\frac{1}{\sqrt{1.3}}$. 8 b.
 c) Rozhodněte na kterém intervalu je funkce $f(x) = (2-x)e^x$ rostoucí resp. klesající. Dále určete, kde je $f(x)$ konvexní resp. konkávní a nalezněte lokální a globální extrémy funkce $f(x)$. 7 b.

[30 b.]

4. a) Vypočítejte integrál

$$\int (x^2 - 2x + 3) \cos(x) dx$$

15 b.

- b) Určete objem tělesa vzniklého rotací křivky $f(x) = \sqrt{x} - 1$, $x \in [1, 4]$ kolem osy x (návod: $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$). 15 b.

[25 b.]

Handwritten student work for the exam, including solutions to the problems above and additional calculations. The work includes:

- Problem 1a: Sketch of the graph of $f(x) = |\log_3(x+1) + 2|$ and its intersection with the axes.
- Problem 1b: Determination of the domain of $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{2x+7}} + \frac{x}{2x-4}$.
- Problem 1c: Construction of a decreasing sequence with limit 2.
- Problem 2a: Calculation of the determinant of $X = AB + 2C$.
- Problem 2b: Solution of the system of linear equations.
- Problem 2c: Calculation of the angle between a line and a plane.
- Problem 3a: Calculation of the limit $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(2x - \pi)^2}$.
- Problem 3b: Approximation of $\frac{1}{\sqrt{1.3}}$ using the Taylor polynomial.
- Problem 3c: Analysis of the function $f(x) = (2-x)e^x$ for monotonicity, convexity, and extrema.
- Problem 4a: Calculation of the integral $\int (x^2 - 2x + 3) \cos(x) dx$.
- Problem 4b: Calculation of the volume of the solid of revolution.