SKUPINA A

(4. TERMÍN, 18.1.2012)

JMÉNO, PŘÍJMENÍ:

1	2	3	4	$\sum$

1. a) Načrtněte graf funkce $f(x) = |\log_3(x+1) + 2|$ a určete průsečíky s osami x, y. 7 b.

   b) Určete definiční obor funkce $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{2x+7}} + \frac{x}{2^x - 4}$. 7 b.

   c) Napište příklad klesající posloupnosti, která má limitu rovnu 2. 6 b.

   [20 b.]

2. a) Určete determinant matice X, je-li $X = AB + 2C$ a

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

   8 b.

   b) Vyřešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_3 &= 2 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 &= 6 \end{aligned}$$

   8 b.

   c) Určete úhel, který svírají přímka p a rovina ρ. Přímka p je určena body $P[7, 4, -2]$, $Q[1, -1, 0]$ a rovina ρ je určena body $A[-1, 1, -2]$, $B[0, 1, 1]$, $C[1, -1, -1]$. 9 b.

   [25 b.]

3. a) Spočítejte limitu

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(2x - \pi)^2}$$

   8 b.

   b) Pomocí Taylorova polynomu 2. stupně (NE kalkulačky) určete přibližnou hodnotu čísla $\frac{1}{\sqrt{1.3}}$. 7 b. (→ opravena 1,2 (výsledek))

   c) Rozhodněte na kterém intervalu je funkce $f(x) = (2-x)e^x$ rostoucí resp. klesající. Dále určete, kde je $f(x)$ konvexní resp. konkávní a nalezněte lokální a globální extrémy funkce $f(x)$. 15 b.

   [30 b.]

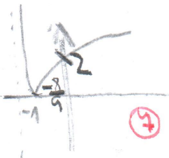
4. a) Vypočtěte integrál

$$\int (x^2 - 2x + 3)\cos(x)\, dx$$

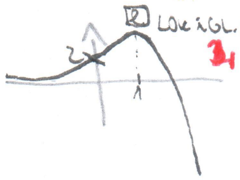
   15 b.

   b) Určete objem tělesa vzniklého rotací křivky $f(x) = \sqrt{x} - 1$, $x \in <1, 4>$ kolem osy x (nápověda $V = \pi \int_a^b (f(x))^2\, dx$). 10 b.

   [25 b.]

1) a)  (7) b) $Df = (-\infty, -\frac{7}{2}) \cup (2, +\infty)$ (7) c) $a_n = 2 + \frac{1}{n}$ (6) [20]

2) a) $AB = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ $\det X = 48$ 4 (8) b) $[2, 0, 2, 2]$ (8) c) $\vec{u}_p = (-6, -5, 2)$, $\vec{n}_\rho = (1, 0, 3)$, $\times (2, -2, 1) = (6, 5, -2)$ $\Rightarrow \angle(p, \rho) = 90°$ (9) [25]

3) a) 2x L'H. $\Rightarrow \frac{1}{8}$ (8) b) $T_2(x) = 1 + -\frac{1}{2}(x-1) + \frac{3}{8}(x-1)^2$ 5, $T_2(1,3) = 0,88375$ 2 (7) c)  [2] LOK.i GL. MAX 4; ROST. $(-\infty, 1)$ KLES $(1, +\infty)$ 6; KONV. $(-\infty, 0)$ KONK. $(0, +\infty)$ 5 (15) [30]

4) a) 2x PER PARTES $(x^2 - 2x + 3)\sin x + (2x-2)\cos x - 2\sin x + C$; $x^2 \sin x + \sin x + 2x\cos x - 2\cos x - 2x\sin x$ (15) b) $\frac{7}{6}\pi$ 10 [25]