

Numerické metody I

Požadavky ke zkoušce z Numerických metod I – 2019/20

1. Úvod do problematiky numerických metod, [1], [2].
 - 1.1 Chyby v numerických výpočtech, [1].
 - 1.2 Reprezentace čísel v počítači, [1].
 - 1.3 Podmíněnost úloh a algoritmů, [1].
 - 1.4 Normy vektorů a matic, (včetně spektrální maticové normy), [1], [2].
2. Přímé metody řešení SLR, [1], [2].
 - 2.1 Gaussova eliminace (LU rozklad, výběr hlavních prvků, počet operací, speciální matice soustav, soustavy s několika pravými stranami. výpočet matice inverzní, výpočet determinantu).
 - 2.2 Podmíněnost úlohy "najít řešení soustavy lineárních rovnic".
 - 2.3 Stabilita Gaussovy eliminační metody.
3. Iterační metody řešení SLR, [1], [2].
 - 3.1 Klasické iterační metody (Jacobi, Gauss-Seidel, relaxace), [1].
 - 3.2 Zobecněná metoda minimálních reziduí (GMRES), (Krylovovy podprostory, algoritmus Arnoldi-Gram-Schmidta, minimalizační formulace, základní vlastnosti), [2].
 - 3.3 Metoda sdružených gradientů (metoda ortogonální projekce, jak se odtud dostaneme k metodě sdružených gradientů, základní vlastnosti metody sdružených gradientů, srovnání s GMRES), předpokládání (jaký má význam, neúplný Choleského rozklad), [2].
4. Řešení soustav lineárních rovnic metodou nejmenších čtverců, [2].
 - 4.1 Formulace, řešitelnost, podmíněnost.
 - 4.2 Použití QR-rozkladu, základní řešení, řešení s minimální Euklidovskou normou.
 - 4.3 Singulární rozklad a jeho použití (Euklidovská maticová norma $\|\mathbf{A}\|_2$, pseudoinverzní matice \mathbf{A}^+ , číslo podmíněnosti $\kappa_2(\mathbf{A})$, MNČ řešení s minimální Euklidovskou normou).
 - 4.4 Algoritmy QR-rozkladu, (Householderovy reflexe, Givensovy rovinné rotace, Gram-Schmidtova ortogonalizace).
5. Aproximace, [1], [2].
 - 5.1 Lagrangeovská interpolace (Lagrangeův a Newtonův tvar interpolačního polynomu), Hermitovská interpolace (Newtonův tvar interpolačního polynomu), chyba interpolace, Rungův jev, [2].

- 5.2 Interpolační splajny: lokální (zejména Hermitův kubický splajn), nelokální (okrajové podmínky, kubický splajn, báze splajny), [2].
- 5.3 Trigonometrická interpolace, rychlá Fourierova transformace, [2].
- 5.4 Interpolace funkcí dvou proměnných, [1].
- 5.5 Aproximace metodou nejmenších čtverců (formulace, řešení přeurčené soustavy lineárních rovnic, stabilita, použití báze splajnů), [1], [2].
- 6. Numerické derivování, [2].
 - 6.1 Základní formule, diskretizační a zaokrouhlovací chyby, podmíněnost.
 - 6.2 Richardsonova extrapolace.
- 7. Numerické integrování, [2].
 - 7.1 Numerické integrování (interpolační kvadrurní formule, řád, podmíněnost, konvergence).
 - 7.2 Newtonovy-Cotesovy formule, Rombergova integrace.
 - 7.3 Gaussovy kvadrurní formule (ortogonální polynomy s váhou, vlastnosti Gaussovy formulí, formule Gaussova-Legendrova, Gaussova-Lobattova, Gaussova-Hermitova).
 - 7.4 Adaptivní integrace.
 - 7.5 Výpočet dvojných integrálů (na trojúhelnících a čtyřúhelnících) a trojných integrálů (na čtyřtěnech a šestitěnech).
- 8. Řešení nelineárních rovnic, [1].
 - 8.1 Metody pro nalezení kořenů funkce jedné proměnné (zejména metoda půlení intervalů, Newtonova metoda, metoda sečen, metoda inverzní kvadratické interpolace), řád konvergence.
 - 8.2 Metoda prosté iterace (aplikace věty o pevném bodu).
 - 8.3 Soustavy nelineárních rovnic (Newtonova metoda a její modifikace, metoda prosté iterace).

Základní literatura

- [1] L. Čermák, R. Hlavička: *Numerické metody*, CERM, Brno, 2016.
- [2] L. Čermák: Vybrané statě z numerických metod, učební text.

V Brně, 16. prosince 2019

Doc. RNDr. Libor Čermák, CSc.