ZÁPOČTOVÁ PRÁCE Z MATEMATIKY 2M-K

K udělení zápočtu postačuje správné vyřešení poloviny příkladů.

Termín odevzdání od 3. 3. 2023 do 5. 5. 2023, 12.00. do 3.5.2024, 16.00

(Příklady slouží rovněž jako příprava ke zkoušce.)

Zkoušející: J. Klaška

TÉMA I. (definiční obor)

Vyšetřete a nakreslete definiční obor dané funkce $f(x,y)$.

(**a**) $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{1-xy^2}}{\ln(x+1)}$, (**b**) $f(x,y)=\dfrac{2+y}{\arccos(|x|+y)}$, (**c**) $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\ln(x^3+y)}$.

TÉMA II. (lokální extrémy)

Vypočtěte lokální extrémy dané funkce $f(x,y)$.

(**a**) $f(x,y)=x+y^2-\ln(\sqrt{x})$. (**b**) $f(x,y)=(y^2-7x)e^{-2x}$. (**c**) $f(x,y)=\ln(x-y)-x^2+3y$.

TÉMA III. (Taylorův polynom)

Vypočtěte Taylorův polynom prvního stupně funkce $f(x,y)$ v bodě A.

(**a**) $f(x,y)=e^{1-x}\sqrt{x^2+y}$, $A=[1,3]$.

(**b**) $f(x,y)=\ln\left(\dfrac{\sqrt{x}}{1+y^2}\right)$, $A=[4,-1]$.

(**c**) $f(x,y)=\operatorname{arctg}\left(\dfrac{x+y}{1-xy}\right)$, $A=[-1,1]$.

TÉMA IV. (dvojrozměrný integrál – Fubiniho věta)

Vypočtěte dvojrozměrné integrály.

(**a**) $\iint_M y\,dxdy$, $M:\ y=x^2,\ x+2y=3,\ y=0$.

(**b**) $\iint_M x\,dxdy$, $M:\ xy=1,\ x-y=0,\ y=2$.

(**c**) $\iint_M x^2y\,dxdy$, $M:\ x^2+y^2\le 2x,\ y\ge 0$.

TÉMA V. (Transformace do polárních nebo do válcových souřadnic)
Pomocí transformace do polárních nebo válcových souřadnic vypočtěte integrály.

(**a**) $\iint_M \sin(x^2+y^2)\,dxdy, \quad M: \; x^2+y^2 \leq 1, \; x,y \geq 0.$

(**b**) $\iiint_M dxdydz, \quad M: \; x^2+y^2 \leq 1, \; z \leq \sqrt{x^2+y^2}+1, \; z \geq 0.$

(**c**) $\iiint_M dxdydz, \quad M: \; z \leq 3-x^2-y^2, \; 2z \geq x^2+y^2.$

TÉMA VI. (diferenciální rovnice prvního řádu)
Řešte počáteční úlohu.
(**a**) $y'+y=e^x, \; y(0)=2,$ (**b**) $y'+2y=4x, \; y(1)=1,$ (**c**) $y'+y=e^{-x}, \; y(0)=-1.$

TÉMA VII. (diferenciální rovnice druhého řádu)
Řešte počáteční úlohu.

(**a**) $y''+y'-2y=0, \; y(0)=2, \; y'(0)=-1.$

(**b**) $y''-2y'+y=0, \; y(0)=1, \; y'(0)=0.$

(**c**) $y''-4y'+5y=0, \; y(0)=2, \; y'(0)=1.$

22.2.2024

V Brně, 3. 3. 2023

Jiří Klaška