

DOMÁCÍ CVIČENÍ 2.

(PŘÍPRAVA NA 2. PÍSEMKU)

Část I: Vypočítejte druhou derivaci funkce $f(x)$ v bodě x_0 : $f''(x_0) = ?$

1. $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 1} - \operatorname{arctg} x$, $x_0 = \frac{1}{2}$.

2. $f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right)$, $x_0 = \frac{1}{2}$.

3. $f(x) = \ln \left(\frac{x^2}{1-x^3} \right)$, $x_0 = \frac{1}{2}$.

4. $f(x) = \arccos \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$, $x_0 = 2$.

5. $f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right)$, $x_0 = 3$.

Část II: Vypočítejte Taylorův polynom funkce $f(x)$, druhého řádu v bodě x_0 .

$$T_2(x) = ax^2 + bx + c = ?$$

1. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$, $x_0 = 4$.

2. $f(x) = \frac{e^x}{x+3}$, $x_0 = 0$.

3. $f(x) = \frac{x^3}{1+x^3}$, $x_0 = 1$.

4. $f(x) = \sqrt{e^{2x} + 3 \sin x}$, $x_0 = 0$.

5. $f(x) = \frac{\ln(2x)}{1+x}$, $x_0 = \frac{1}{2}$.

Část III: Vypočítejte limity pomocí L'Hospitalova pravidla:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{3}{4+\ln x}},$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[x]{\cos \sqrt{x}}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)^{5x},$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}.$$

Část IV: Vyšetřete průběh funkce:

$$1. f(x) = x^3 - 3x^2,$$

$$2. f(x) = \frac{x^2(6-x)}{4},$$

$$3. f(x) = (x+1)e^{x+1},$$

$$4. f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1},$$

$$5. f(x) = \frac{e^x}{x-1},$$

$$6. f(x) = \ln(1+x^3),$$

$$7. f(x) = \frac{2x}{x^2-1},$$

$$8. f(x) = x^2 \cdot e^{\frac{1}{x}}$$