Metody generování ploch

1. Transformace jiné plochy: $\boldsymbol{Q}(u;v) = (f(u;v); g(u;v); h(u;v); 1)$

$\mathbf{M}(u;v)$ - *matice transformace*

$\boldsymbol{R}^T(u;v) = \mathbf{M}(u;v) \cdot \boldsymbol{Q}^T(u;v)$ - *další plocha*

1. Příklad: $\boldsymbol{Q}(u;v) = (u\cos v;\ u\sin v;\ 0;\ 1);\ u \in \langle 0;1 \rangle;\ v \in \langle 0;2\pi \rangle$

$$\boldsymbol{M}(u;v) = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \cdot \sqrt{1-u^2-v^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}^T(u;v) = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \cdot \sqrt{1-u^2-v^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u\cos v \\ u\sin v \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} au\cos v \\ bu\sin v \\ c \cdot \sqrt{1-u^2-v^2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Metody generování ploch

2. Šablonování křivky: $\boldsymbol{K}(u) = (f(u); g(u); h(u); 1);\ v \in \langle v_1; v_2 \rangle$ - *šablona (tvořicí křivka)*

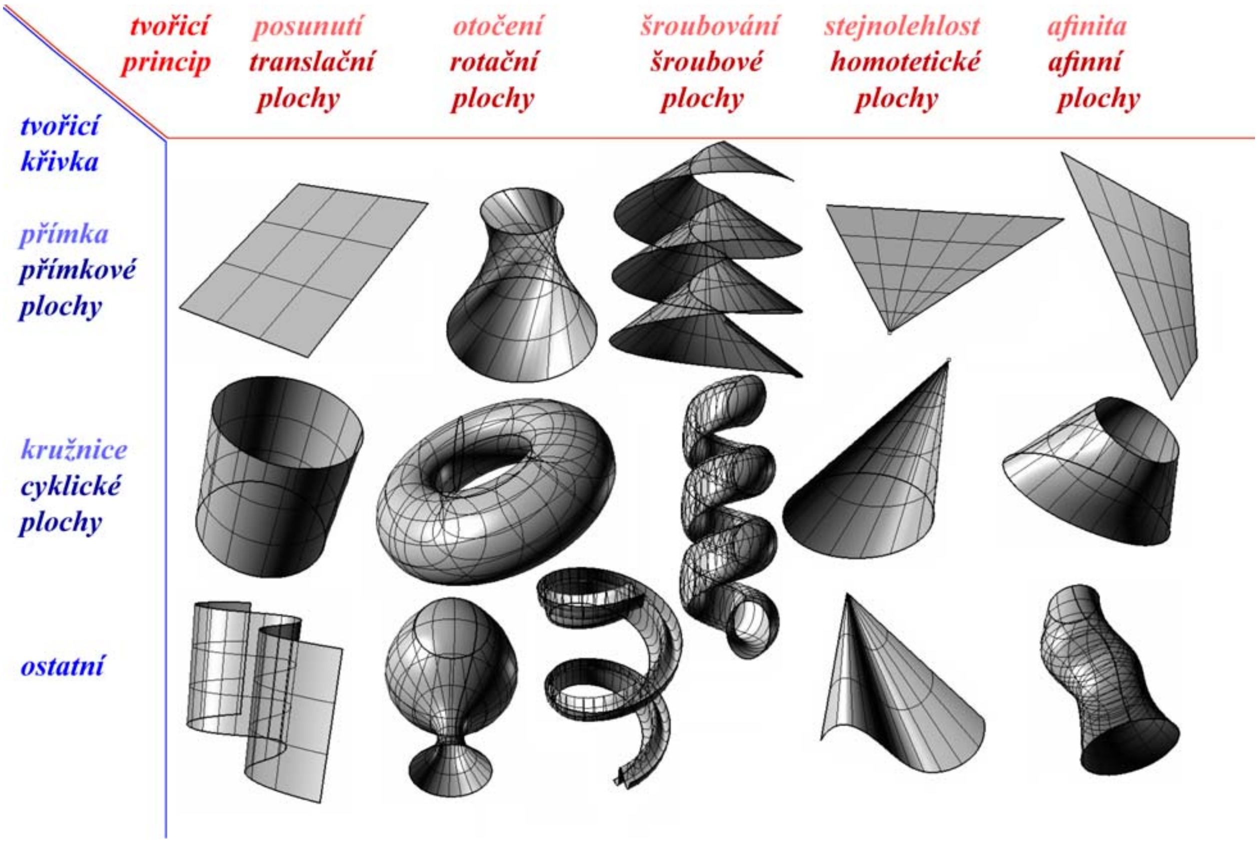
$\mathbf{M}(v)$ - *matice (tvořicí princip)*

$\boldsymbol{Q}^T(u;v) = \mathbf{M}(v) \cdot \boldsymbol{K}^T(u)$ - *plocha*

Významné typy ploch:

1) Podle tvořicí křivky:
- *a) přímkové (šablona $\boldsymbol{K}(u)$ je přímka)*
- *b) cyklické (šablona $\boldsymbol{K}(u)$ je kružnice nebo její část)*

2) Podle tvořicího principu:
- *a) afinní ($\mathbf{M}(v)$ je matice afinity mezi rovinami)*
- *b) homotetické ($\mathbf{M}(v)$ je stejnolehlost)*
- *c) translační ($\mathbf{M}(v)$ je posunutí)*
- *d) rotační ($\mathbf{M}(v)$ je otáčení)*
- *e) šroubové ($\mathbf{M}(v)$ je šroubování)*

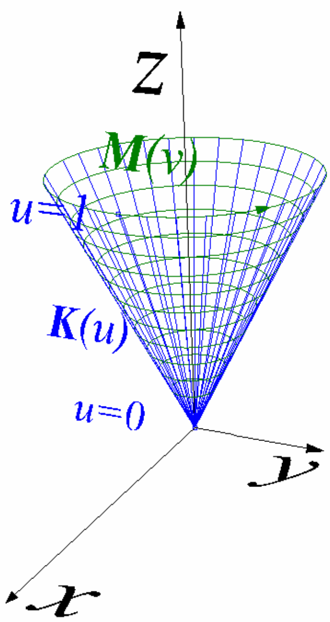


Metody generování ploch

Příklad: $\boldsymbol{K}(u)=(u;0;2u;1)$ - *přímka;* $\mathbf{M}(v)=\begin{pmatrix}\cos v & -\sin v & 0 & 0\\ \sin v & \cos v & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ *rotace*

$\boldsymbol{Q}^T(u;v)=\mathbf{M}(v)\cdot\boldsymbol{K}^T(u)$ - *přímková rotační plocha*

$$\boldsymbol{Q}^T(u;v)=\begin{pmatrix}\cos v & -\sin v & 0 & 0\\ \sin v & \cos v & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u\\ 0\\ 2u\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u\cos v\\ u\sin v\\ 2u\\ 1\end{pmatrix}$$

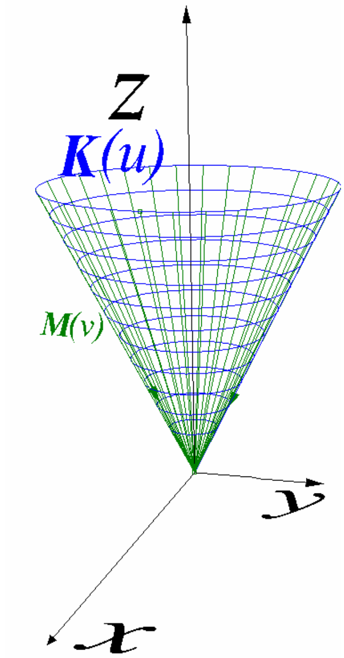


Metody generování ploch

Příklad: $\boldsymbol{K}(u) = (\cos u; \sin u; 2; 1)$ - *kružnice;* $\mathbf{M}(v) = \begin{pmatrix} v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ *stejnolehlost*

$\boldsymbol{Q}^T(u;v) = \mathbf{M}(v) \cdot \boldsymbol{K}^T(u)$ - *cyklická homotetická plocha*

$$\boldsymbol{Q}^T(u;v) = \begin{pmatrix} v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos u \\ \sin u \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v\cos u \\ v\sin u \\ 2v \\ 1 \end{pmatrix}$$

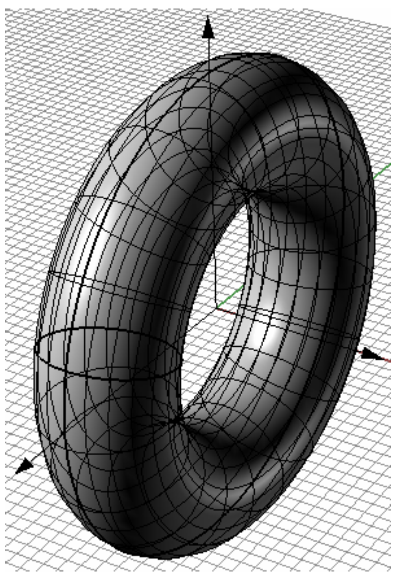


Metody generování ploch

Příklad: $\boldsymbol{K}(u) = (2\cos u + 4; 2\sin u; 0; 1)$ - *kružnice* $\mathbf{M}(v) = \begin{pmatrix} 4\cos v & -4\sin v & 0 & 0 \\ 4\sin v & 4\cos v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ - *rotace*

$\boldsymbol{Q}^T(u;v) = \mathbf{M}(v) \cdot \boldsymbol{K}^T(u)$ - *cyklická rotační plocha*

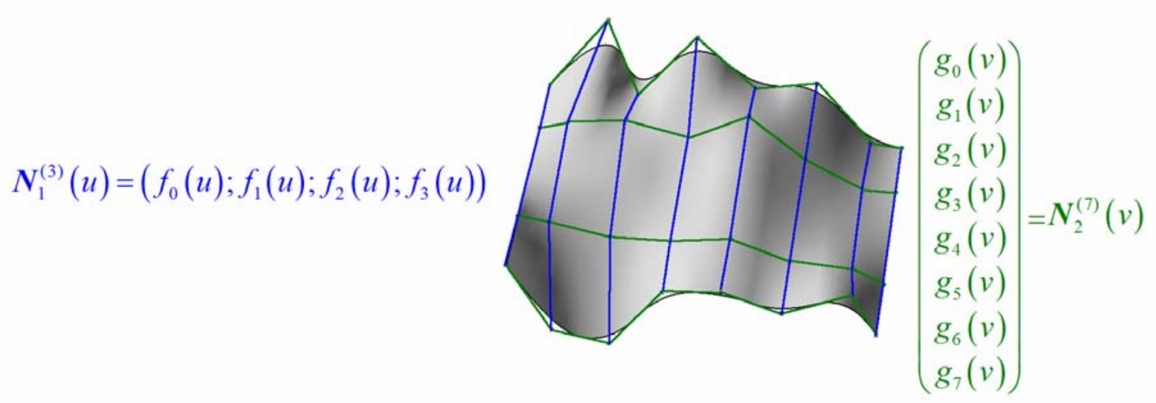
$$\boldsymbol{Q}^T(u;v) = \begin{pmatrix} 4\cos v & 0 & -4\sin v & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4\sin v & 0 & 4\cos v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4+2\cos u \\ 2\sin u \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\cos v(4+2\cos u) \\ 2\sin u \\ 4\sin v(4+2\cos u) \\ 1 \end{pmatrix}$$



Metody generování ploch

3. Součin dvou NURBS křivek (NURBS plocha): *Je-li tvořicí křivka NURBS a tvořicí princip afinní $\Rightarrow$ všechny předchozí způsoby lze modelovat jako součin NURBS křivek:* $\boldsymbol{N}_1^{(r)}(u)$; $\boldsymbol{N}_2^{(s)}(v)$ - *vektor bázových funkcí NURBS křivky stupně* r *resp.* s, $(\omega_{ij}\boldsymbol{P}_{ij})$ *matice typu* $r \times s$, *její prvky jsou vážené řídicí body* *u-křivky* *v-křivky*

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{Q}(u;v) = \begin{pmatrix} f_0(u) & f_1(u) & \dots & f_r(u) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{00}\boldsymbol{P}_{00} & \omega_{01}\boldsymbol{P}_{12} & \dots & \omega_{0s}\boldsymbol{P}_{0s} \\ \omega_{10}\boldsymbol{P}_{10} & \omega_{11}\boldsymbol{P}_{22} & \dots & \omega_{1s}\boldsymbol{P}_{1s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_{r0}\boldsymbol{P}_{r0} & \omega_{r1}\boldsymbol{P}_{r1} & \dots & \omega_{rs}\boldsymbol{P}_{rs} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_0(v) \\ g_1(v) \\ \dots \\ g_s(v) \end{pmatrix}$$



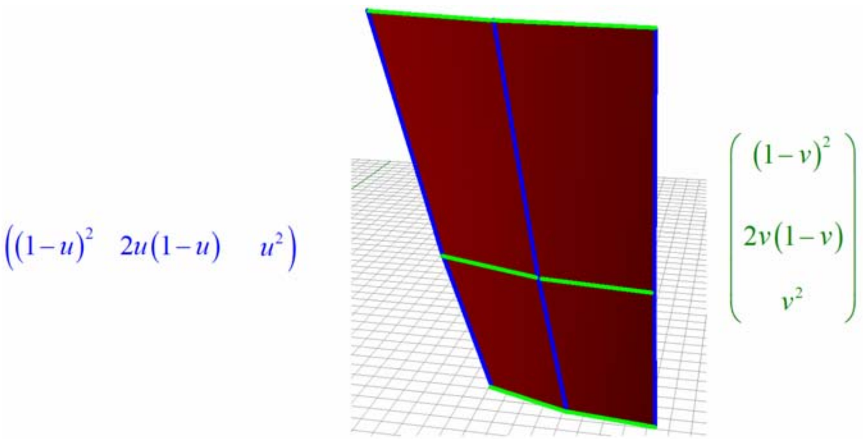
Metody generování ploch

Příklad: $\boldsymbol{N}_1^{(1)}(u) = (1-u; u)$; $\quad \boldsymbol{N}_2^{(2)}(v) = \left((1-v)^2; 2v(1-v); v^2\right)$;

$$\begin{pmatrix} 1-u & u \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{P}_{11} & \omega\boldsymbol{P}_{12} & \boldsymbol{P}_{13} \\ \boldsymbol{P}_{21} & \omega\boldsymbol{P}_{22} & \boldsymbol{P}_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (1-v)^2 \\ 2v(1-v) \\ v^2 \end{pmatrix}$$

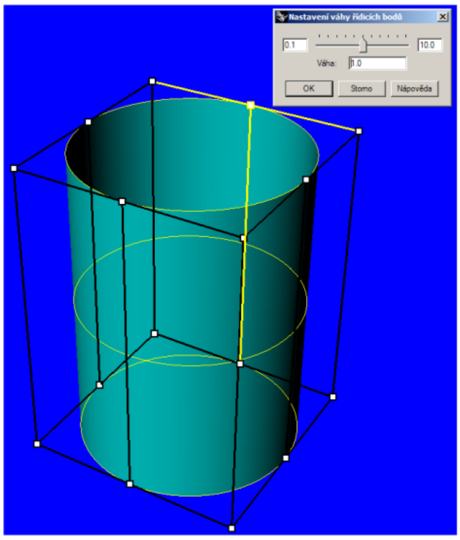
u-křivky přímky, v-křivky kuželosečky: $\omega < 1$ *elipsy;* $\omega = 1$ *paraboly;* $\omega > 1$ *hyperboly*

Příklad:

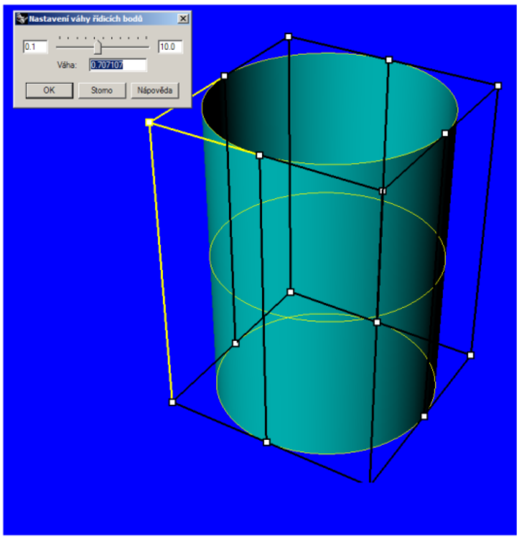


Elementární plochy jako NURBS

Válcová plocha



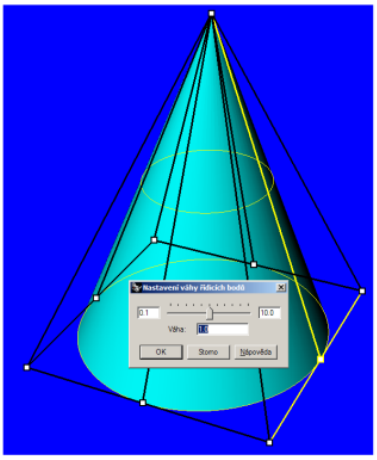
$$1$$



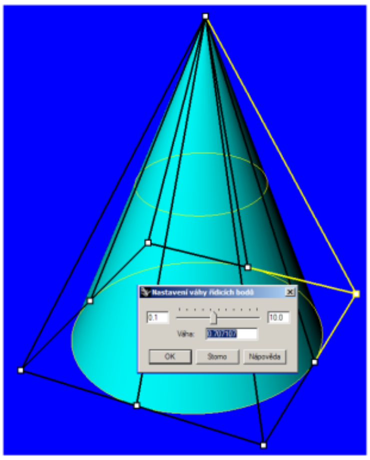
$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Elementární plochy jako NURBS

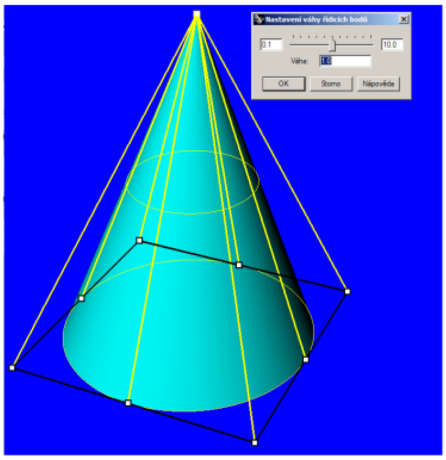
Kuželová plocha



$$1$$



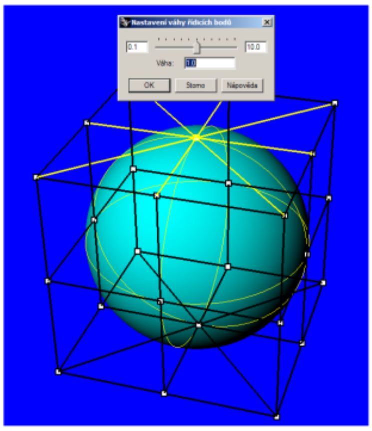
$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

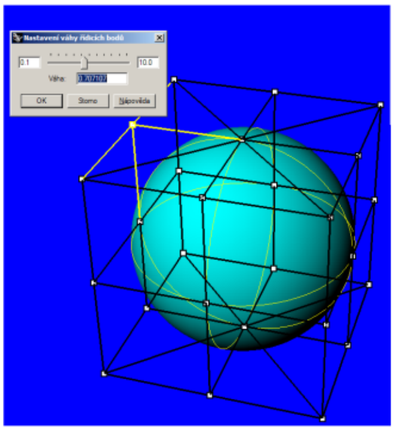


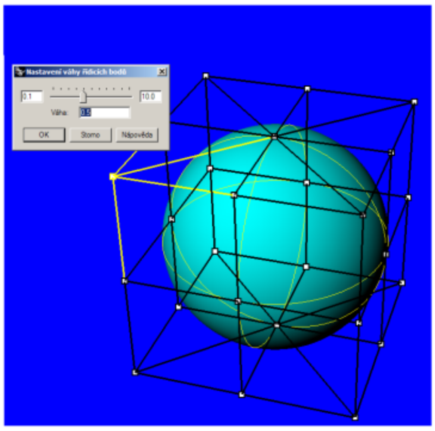
$$1$$

Elementární plochy jako NURBS

Kulová plocha





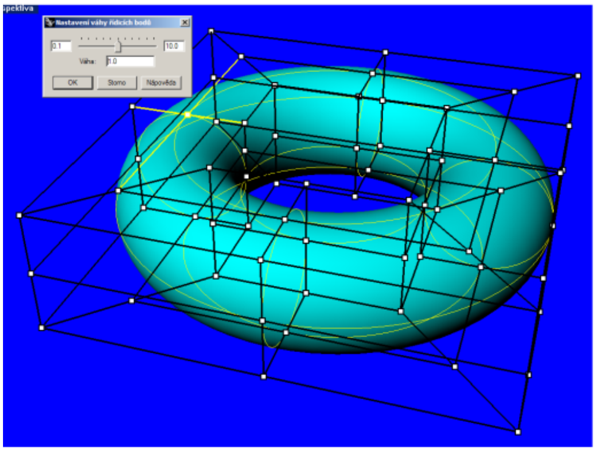


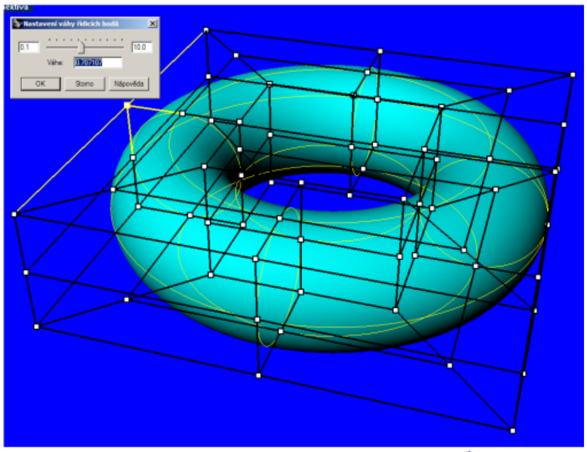
$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^0 = 1$$

$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

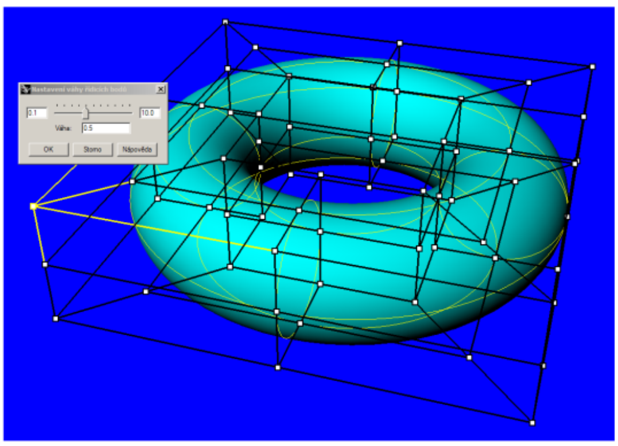
$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^2 = \frac{1}{2}$$

Anuloid





$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^0 = 1$$



$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^2 = \frac{1}{2}$$