

1. a) Rozhodněte, zda konverguje řada

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{10 + (-1)^k}{6^k}.$$

Pokud ano, určete její součet.

[2b]

b) Zdůvodněte, proč je součet řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^{1/2}}$$

nezávislý na pořadí, v jakém budeme její členy sčítat (proč můžeme řadu přerovnat beze změny součtu).

[2b]

2. Je dána funkce

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$$

a) Napište Taylorovu řadu funkce se středem v bodě $x_0 = 0$ (včetně sumačního zápisu). [4b]

b) Určete obor (bodové) konvergence I^* řady (libovolným způsobem). [2b]

c) Pomocí řady určete $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. [1b]

d) Pomocí řady vyčíslete přibližně integrál $\int_0^1 f(x) dx$ s chybou menší než 10^{-3} . [2b]

3. Je dána funkce

$$f(x) = 2 - x \text{ na } (0; 2),$$

kterou chceme rozvést do **sinové** Fourierovy (trigonometrické) řady.

a) Napište Fourierovy koeficienty a_0 , a_k , b_k , integrály však nevyčísľujte! Budou některé koeficienty nulové? Svůj závěr zdůvodněte. [3b]

b) Napište příslušnou řadu. [1b]

c) Načrtněte součet řady na intervalu $\langle -2; 4 \rangle$. [2b]

d) Bude řada konvergovat na $\langle -2; 4 \rangle$ stejnoměrně? Opět zdůvodněte. [1b]