

Část 1:

DOMÁCÍ CVIČENÍ 1.
(PŘÍPRAVA NA 1. PÍSEMKU)
20.10.2020

1. Vypočítejte determinant matice;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Vypočítejte determinant matice;

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

3.

Pro která $x \in \mathbb{R}$ je matice A singulární?

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 & 2 & x \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & x \end{bmatrix}.$$

4. Pro která $x \in \mathbb{R}$ je matice A singulární?

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & x & 0 \\ 1 & x & 2 & 1 \\ x & 0 & 0 & 4 \\ 2 & x & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Vypočítejte všechna $x \in \mathbb{R}$ vyhovující rovnici:

$$\det \begin{bmatrix} 1 & x & 1 & 0 \\ x & 2 & -x & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & x & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1.$$

Část II:

1. Vypočítejte inverzní matici k matici

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 2 \\ 6 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

2. Vypočítejte inverzní matici k matici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

3. Řešte maticovou rovnici $AX = B$, kde

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 6 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Řešte maticovou rovnici $XA = B$, kde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Řešte maticovou rovnici $AXB = A + B$,
kde

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -2 & 7 & 4 \\ 1 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 5 \\ 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Část III:

1. Řešte soustavu rovnic:

$$x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3$$

$$5x_1 + 8x_2 + x_3 + 6x_4 = 7$$

$$x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 2x_4 = -5$$

$$4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 4.$$

2. Řešte soustavu rovnic:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 11$$

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 17$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 16.$$

3. Řešte soustavu rovnic:

$$x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 3$$

$$2x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$$

$$x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0.$$

Řešte soustavu rovnic:

4,
$$x + 2y + 8z = 9$$

$$2x + y + 7z = 6$$

$$3x + y + 9z = 7$$

$$2x - y + z = -2.$$

Část III:

5. Řešte soustavu rovnic:

$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 2$$

$$4x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 1.$$

6. Řešte soustavu rovnic:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3$$

$$4x_1 + 7x_2 + x_3 = 5$$

$$5x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 7x_4 = 8.$$

Část IV;

1. Čtyřstěn má objem $V=5$ a vrcholy $A=[1, 2, 1]$, $B=[2, 1, 1]$, $C=[1, 0, 3]$.
Vypočítejte souřadnice vrcholu D , který leží na ose y .
2. Nalezněte kolmý průmět bodu $D=[5, 3, 2]$ na rovinu ABC , kde $A=[1, 3, 2]$, $B=[2, 7, 3]$, $C=[4, 5, 1]$.
3. Vypočítejte všechna $x \in \mathbb{R}$ tak, aby čtyřstěn $ABCD$ kde $A=[1, 3, 1]$, $B=[2, 1, 2]$, $C=[-3, 5, 3]$, $D=[6, x, 2]$ měl objem $V=1$.
4. Určete vektorovou rovnici přímky p , která je průnikem rovin α, β, γ :
 $\alpha: x + 4y - 3z = 1$,
 $\beta: x - 3y - z = 0$,
 $\gamma: 2x + y - 4z = 1$.
5. Určete vzdálenost mimoběžných přímek p a q , kde
 $p: A=[-2, 0, 1], \vec{u}=(3, -2, 2)$,
 $q: B=[-1, 2, -2], \vec{v}=(-2, 1, -2)$.