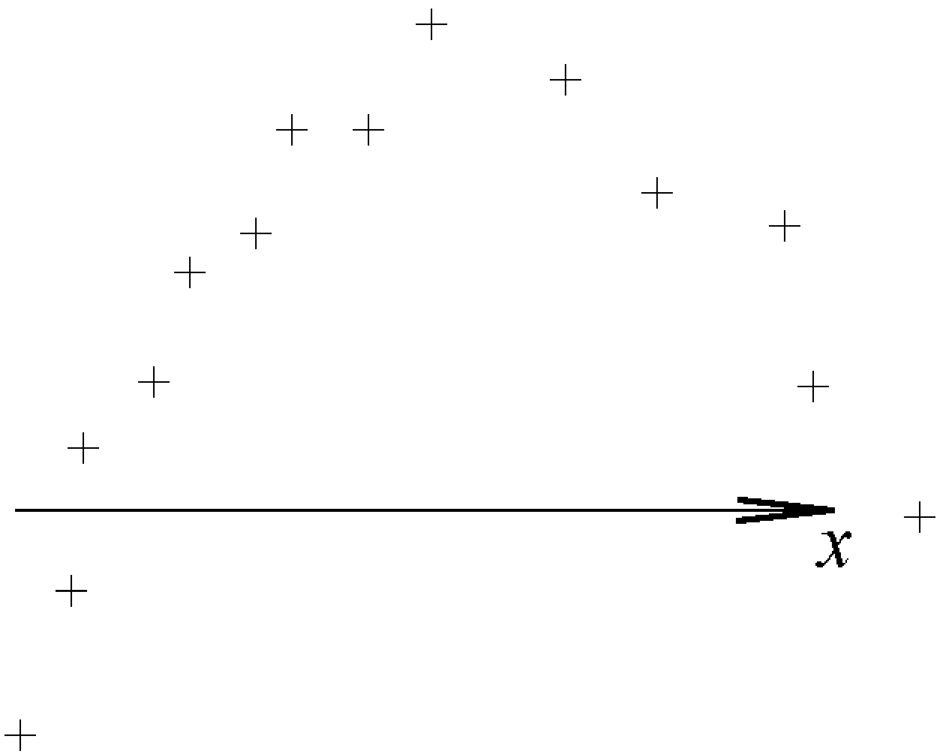
Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením.

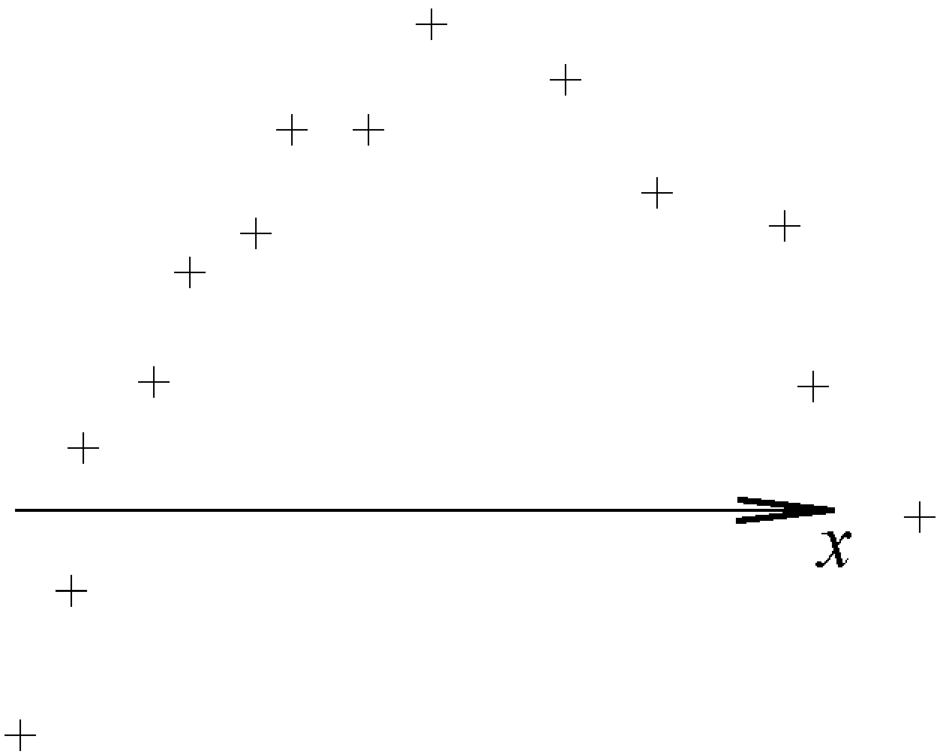
Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto:



Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením.



V tomto případě nebudeme hodnoty interpolovat – funkce by pak vypadala nějak takto:

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.

V tomto případě nebudeme hodnoty interpolovat – funkce by pak vypadala nějak takto:

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.

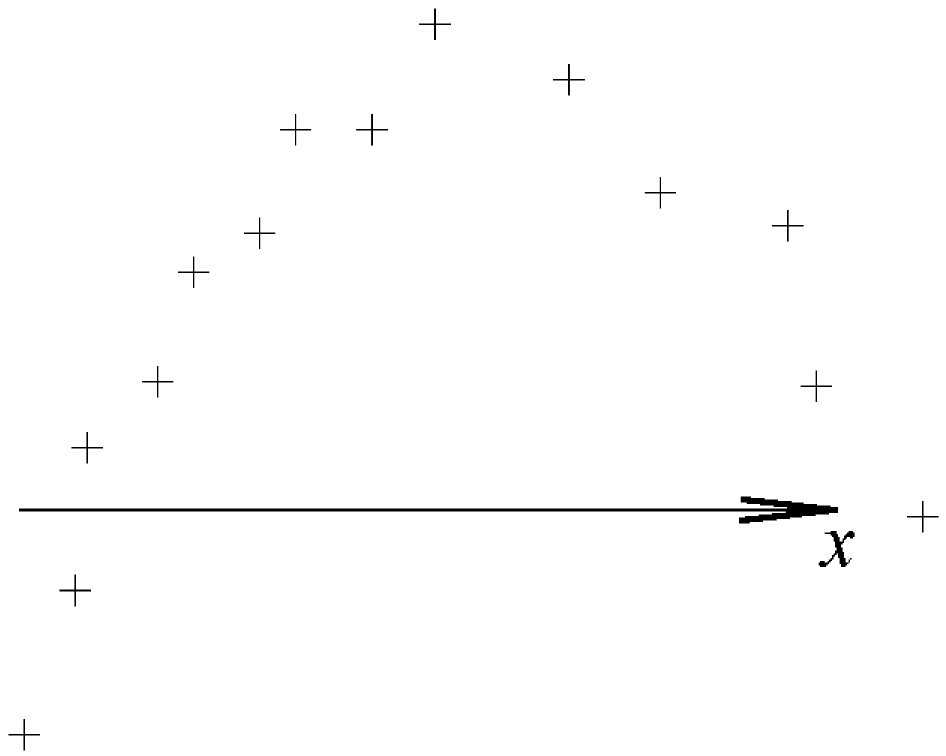
V tomto případě nebudeme hodnoty interpolovat – funkce by pak vypadala nějak takto.

Křivka by pouze kopírovala chyby měření a s hledanou závislostí dvou veličin by neměla téměř nic společného.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.

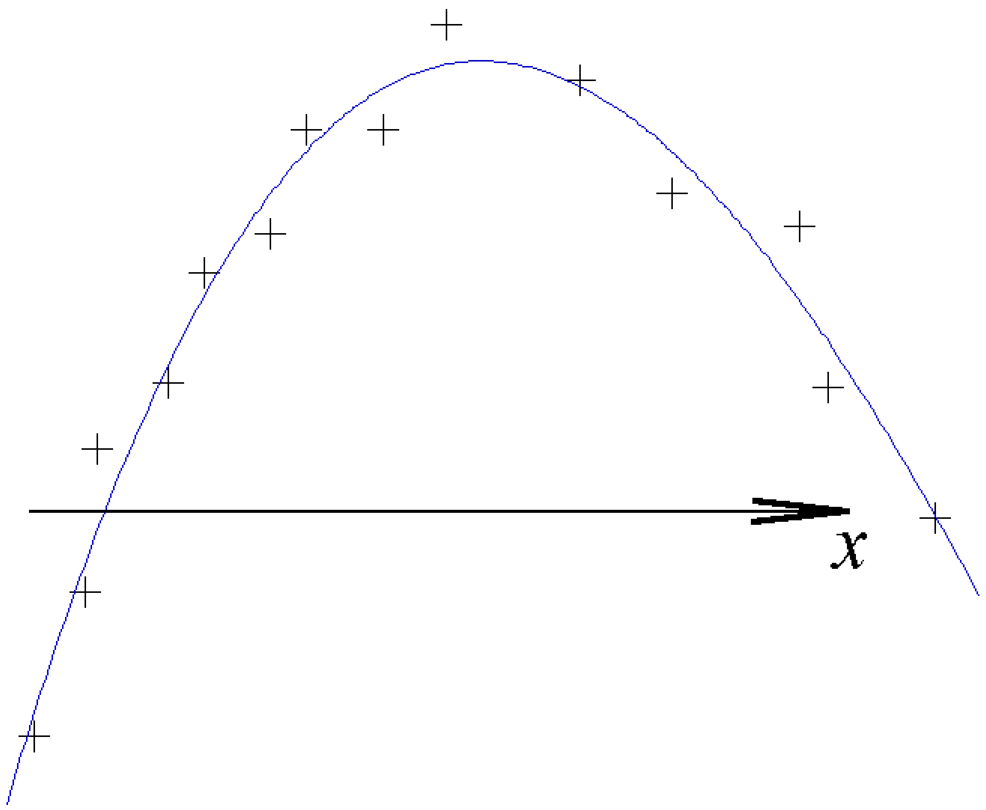
Skutečná závislost nejspíš vypadá asi …



Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

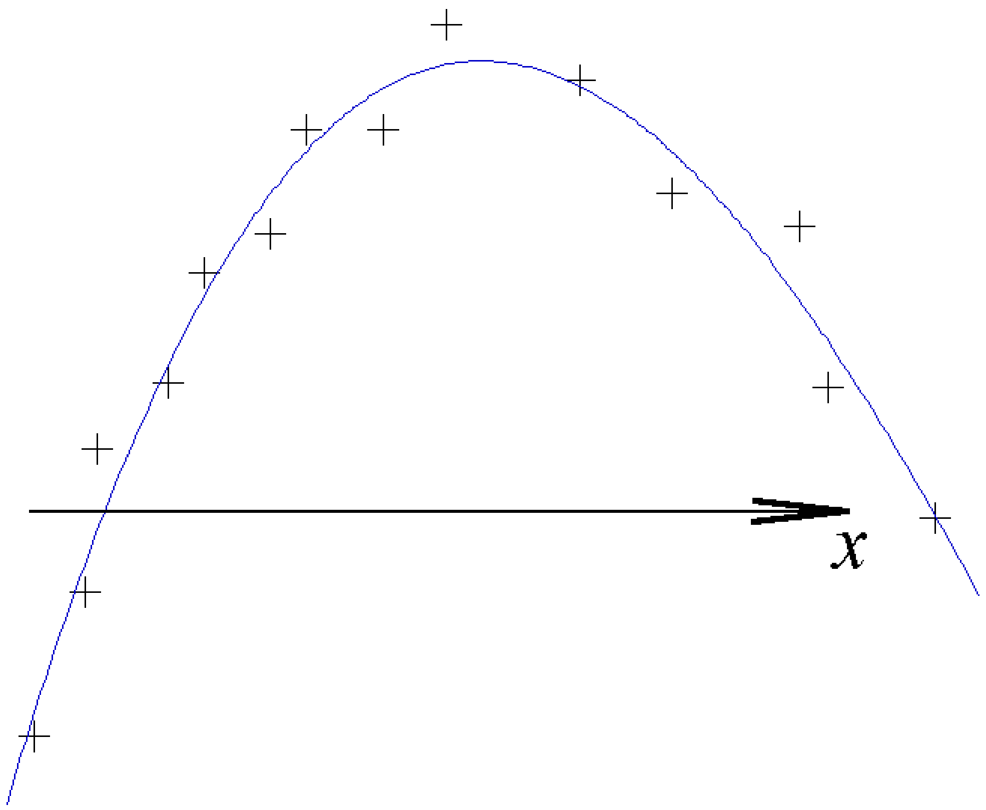
Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.

Skutečná závislost nejspíš vypadá asi takto:



Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.

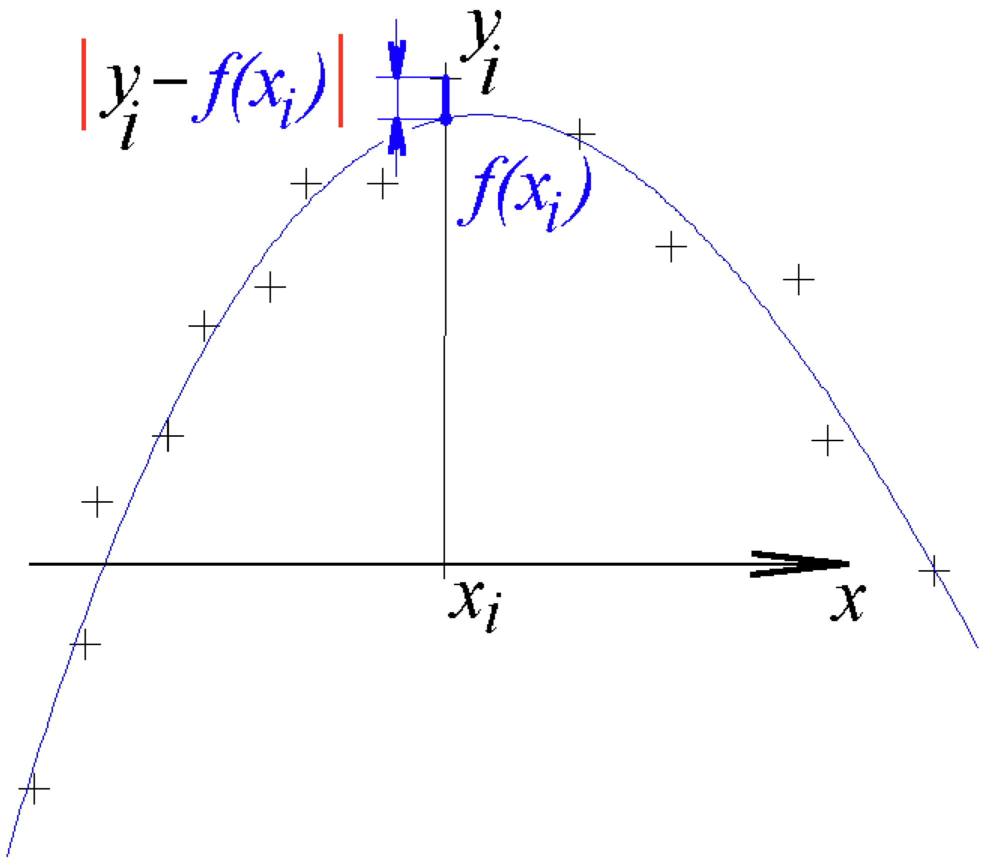


Naším cílem tedy bude naměřenými hodnotami proložit křivku tak, aby se od daných bodů „co nejméně lišila“.

Co by to ovšem mělo znamenat?

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Naším cílem tedy bude naměřenými hodnotami proložit křivku tak, aby se od daných bodů „co nejméně lišila“.

Co by to ovšem mělo znamenat?

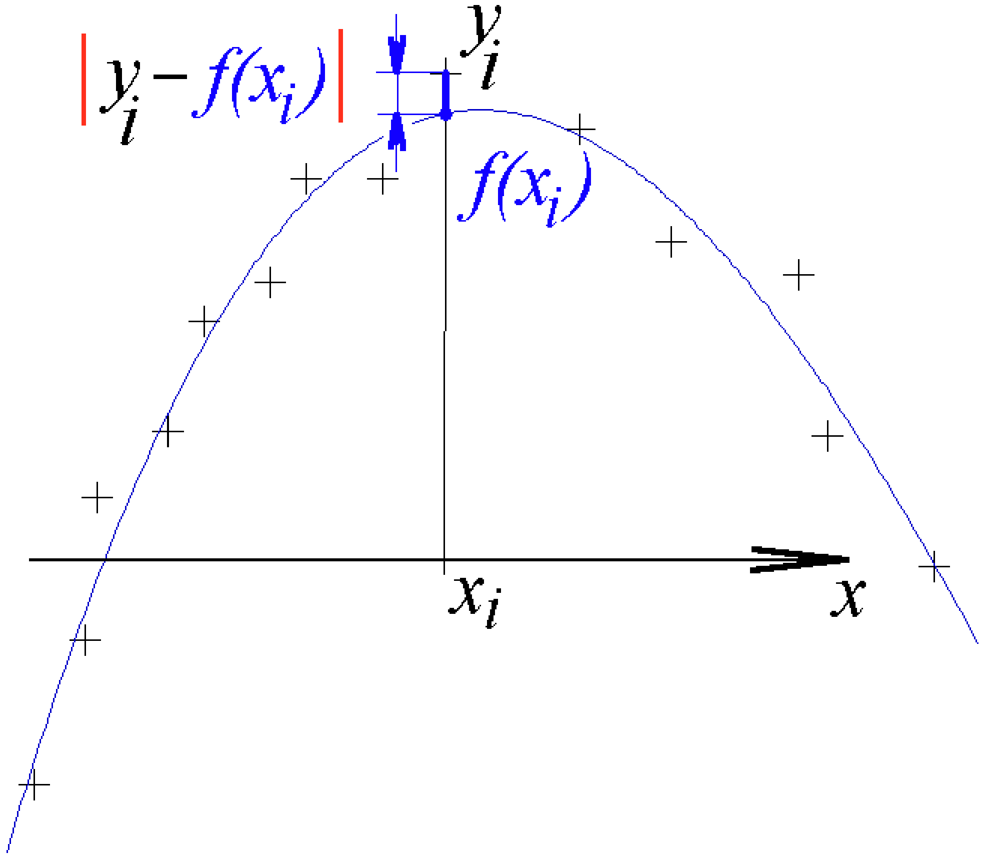
Mohli bychom například hledat funkci $f(x)$ tak aby součet vzdáleností naměřených hodnot y_i od hodnot $f(x_i)$ funkce f v odpovídajícím bodě x_i byl co možná nejmenší, tedy minimum nějaké funkce

$$H = \sum_{i=1}^{n} |y_i - f(x_i)|$$

kde $[x_i; y_i]; i = 1; \dots ; n$ jsou naměřené hodnoty.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Naším cílem tedy bude naměřenými hodnotami proložit křivku tak, aby se od daných bodů „co nejméně lišila".

Co by to ovšem mělo znamenat?

Mohli bychom například hledat funkci $f(x)$ tak aby součet vzdáleností naměřených hodnot y_i od hodnot $f(x_i)$ funkce f v odpovídajícím bodě x_i byl co možná nejmenší, tedy minimum nějaké funkce

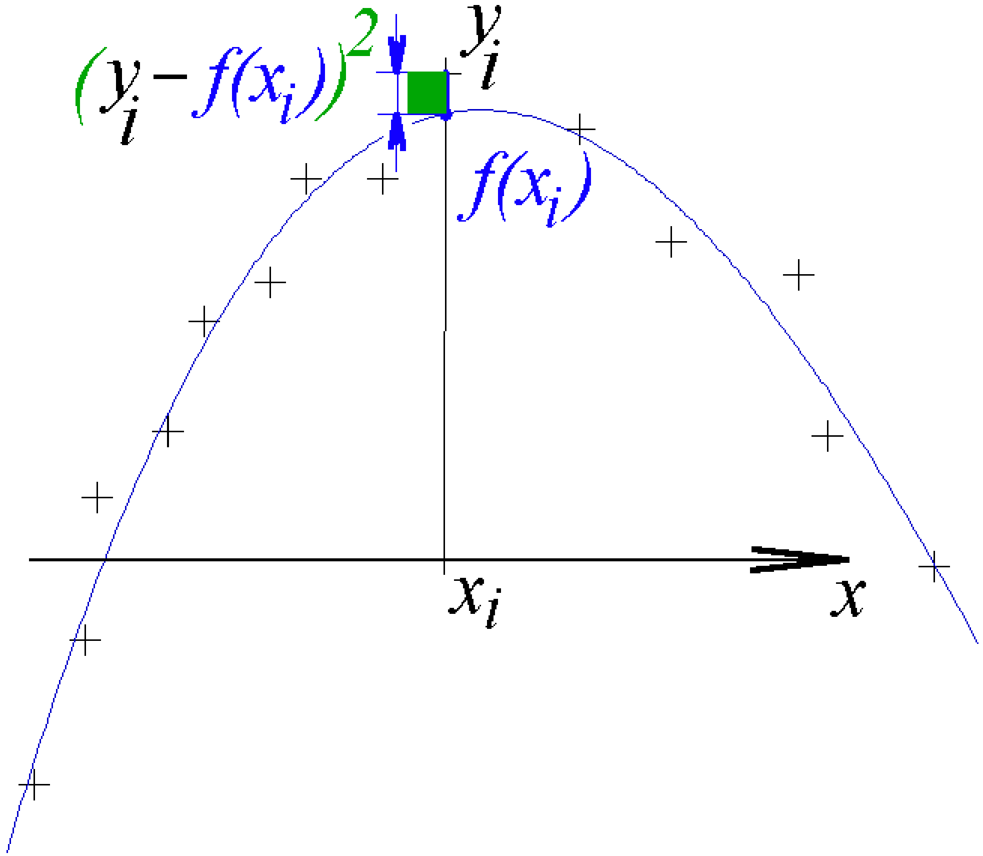
$$H = \sum_{i=1}^{n} |y_i - f(x_i)|$$

kde $[x_i; y_i]; i = 1; \dots; n$ jsou naměřené hodnoty.

Tento postup má ovšem zásadní vadu: Máme-li hledat minimum funkce H, budeme ji muset derivovat. Jenže funkční předpis funkce H obsahuje n absolutních hodnot (v případě na obrázku je jich čtrnáct) a v nulových bodech těchto absolutních hodnot derivace neexistuje.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



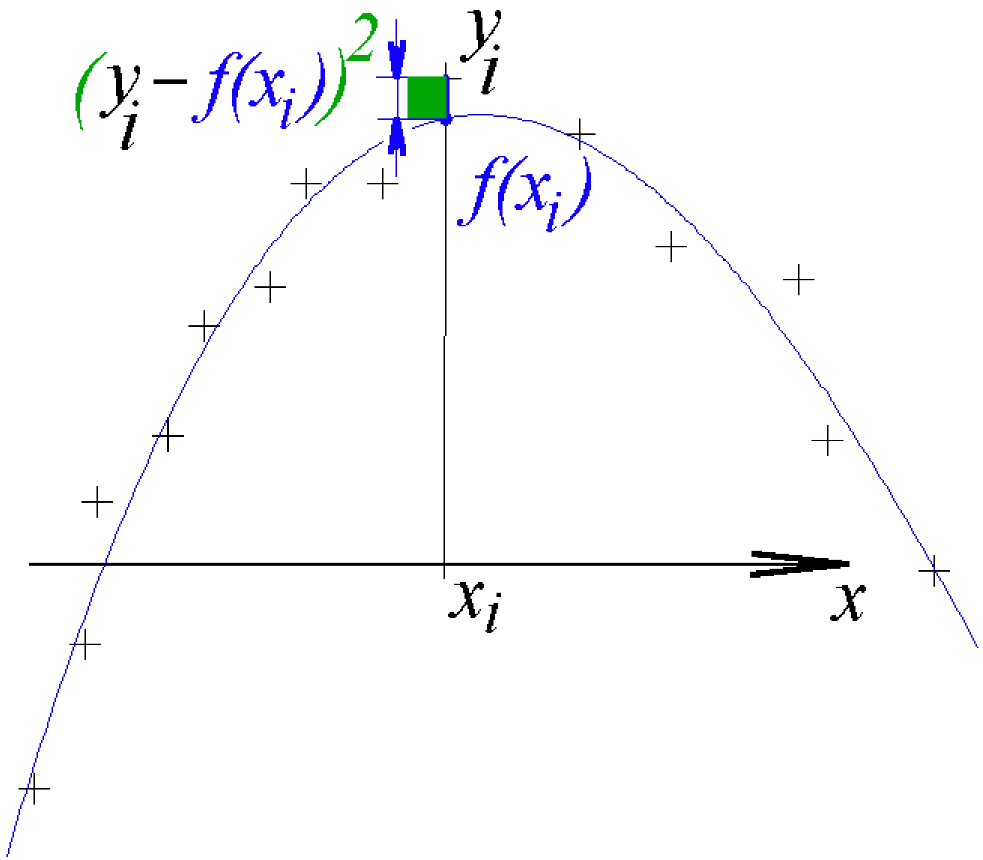
Naším cílem tedy bude naměřenými hodnotami proložit křivku tak, aby se od daných bodů „co nejméně lišila“.

Místo absolutní hodnoty rozdílu $y_i - f(x_i)$ vezmeme tedy jeho druhou mocninu:

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Naším cílem tedy bude naměřenými hodnotami proložit křivku tak, aby se od daných bodů „co nejméně lišila“.

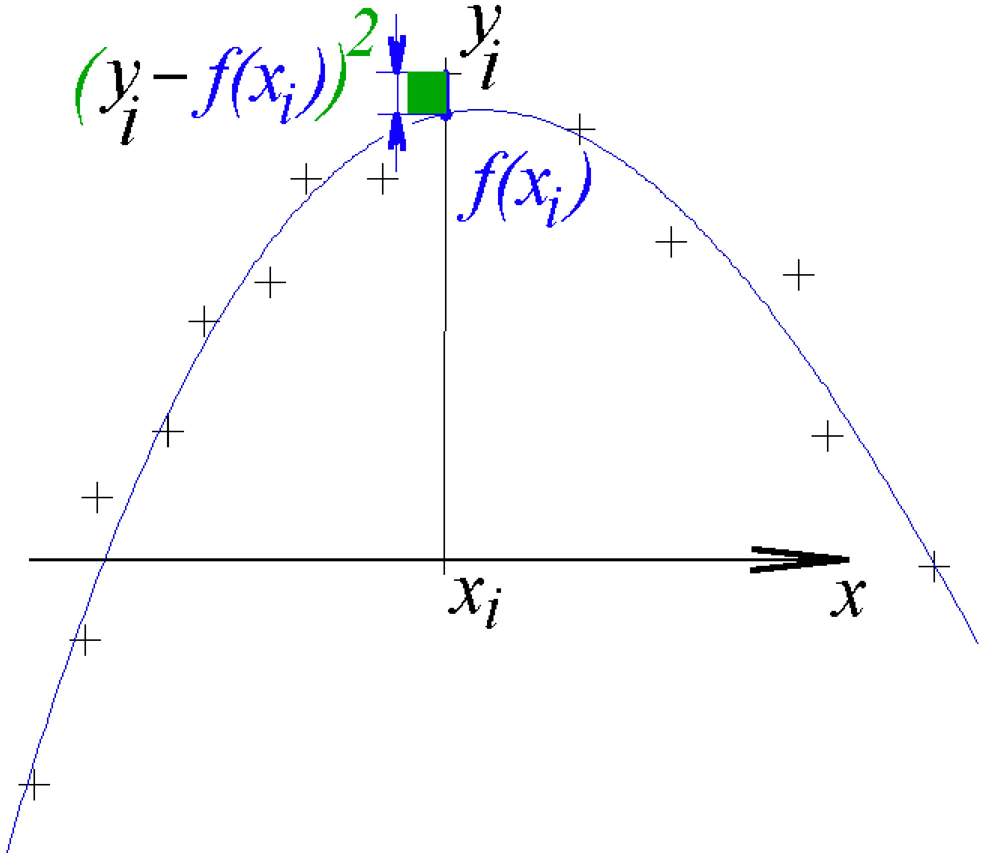
Místo absolutní hodnoty rozdílu $y_i - f(x_i)$ vezmeme tedy jeho druhou mocninu:

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Každá tato druhá mocnina je geometricky obsah čtverce se stranou $|y_i - f(x_i)|$. Vezmeme tedy všechny tyto čtverce a budeme minimalizovat součet jejich obsahů.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Naším cílem tedy bude naměřenými hodnotami proložit křivku tak, aby se od daných bodů „co nejméně lišila“.

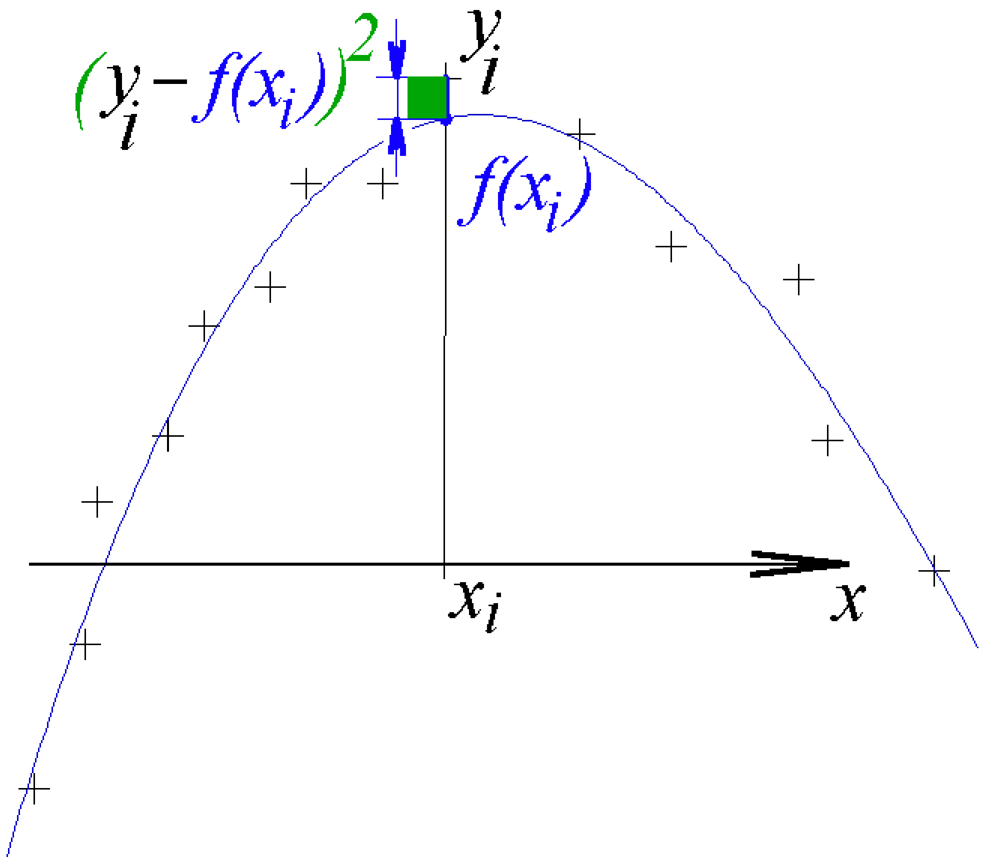
Místo absolutní hodnoty rozdílu $y_i - f(x_i)$ vezmeme tedy jeho druhou mocninu:

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Každá tato druhá mocnina je geometricky obsah čtverce se stranou $|y_i - f(x_i)|$. Vezmeme tedy všechny tyto čtverce a budeme minimalizovat součet jejich obsahů (odtud název – metoda nejmenších čtverců).

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



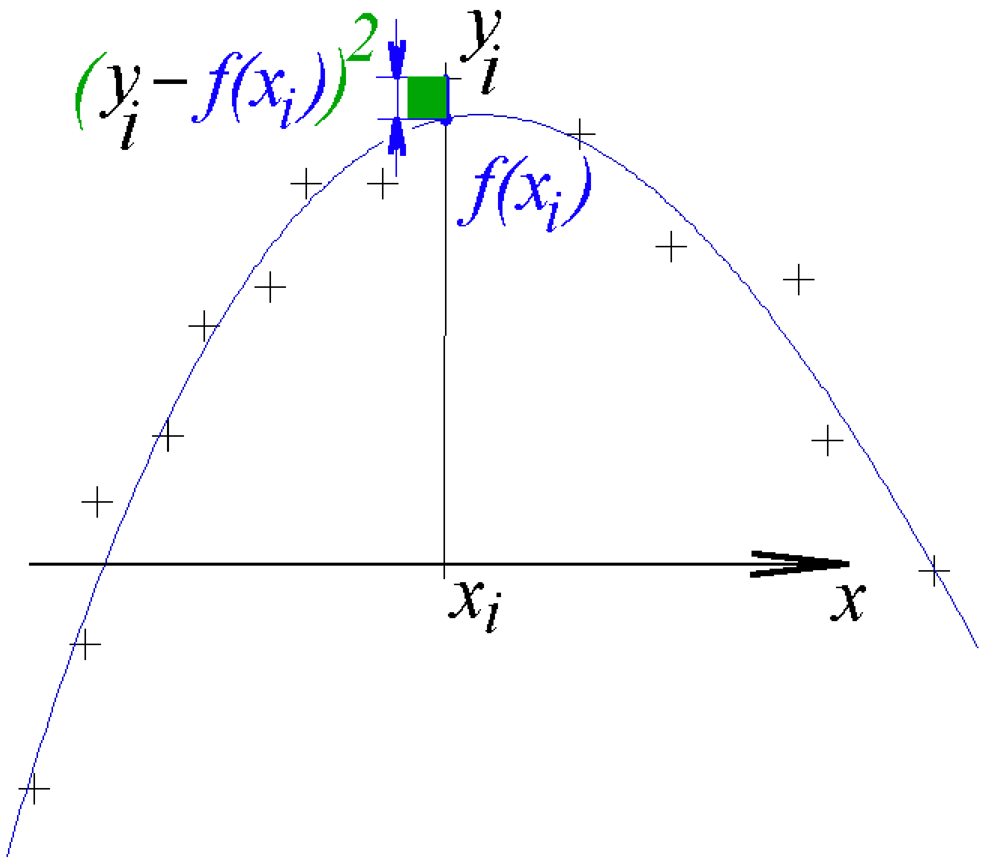
Budeme tedy minimalizovat funkci

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Abychom mohli pokračovat, je třeba rozhodnout o tvaru funkce $f(x)$. Může to být libovolná diferencovatelná funkce, pro mnohé takové funkce je ovšem úloha řešitelná jen velmi obtížně.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Budeme tedy minimalizovat funkci

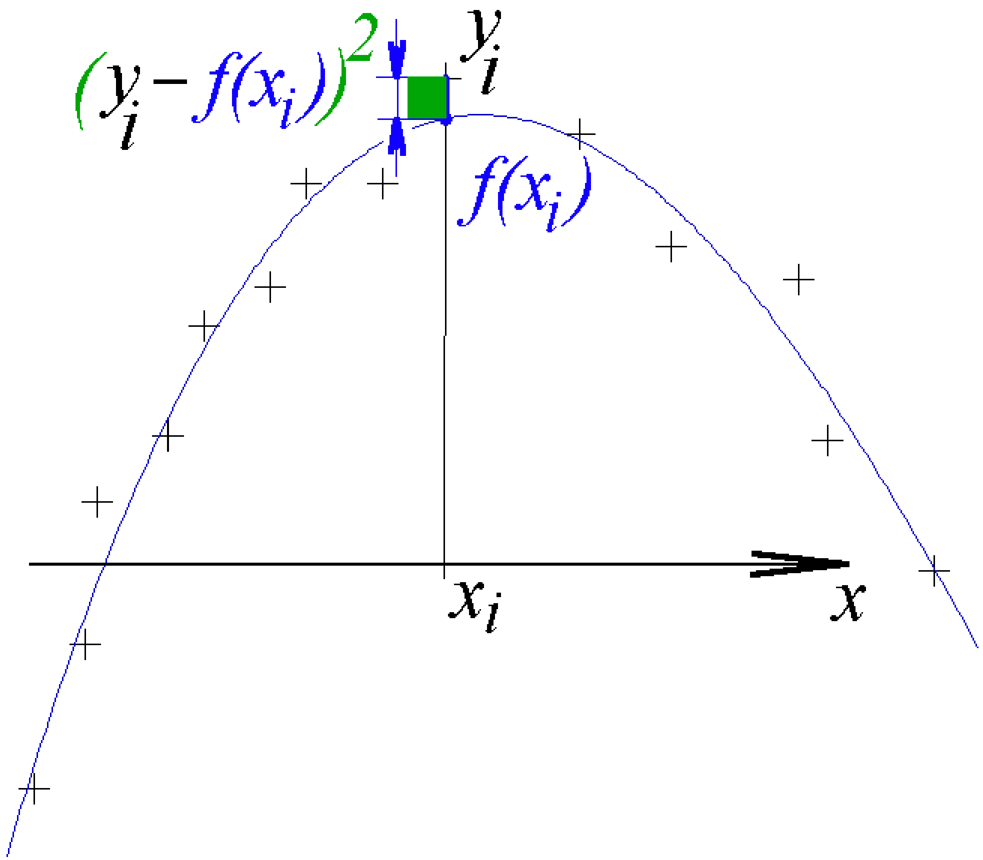
$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Abychom mohli pokračovat, je třeba rozhodnout o tvaru funkce $f(x)$. Může to být libovolná diferencovatelná funkce, pro mnohé takové funkce je ovšem úloha řešitelná jen velmi obtížně.

Pro velmi širokou třídu funkcí však existuje společné a relativně jednoduché řešení.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Budeme tedy minimalizovat funkci

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Abychom mohli pokračovat, je třeba rozhodnout o tvaru funkce $f(x)$. Může to být libovolná diferencovatelná funkce, pro mnohé takové funkce je ovšem úloha řešitelná jen velmi obtížně.

Pro velmi širokou třídu funkcí však existuje společné a relativně jednoduché řešení.

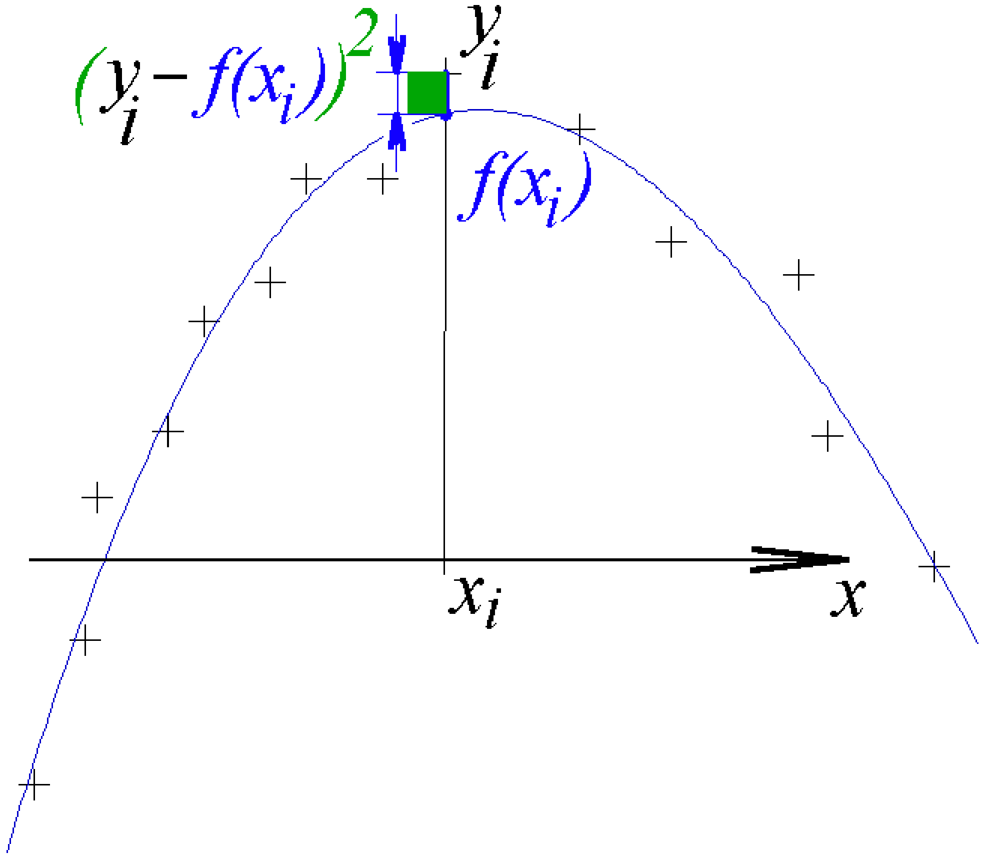
Funkci $f(x)$ budeme předpokládat ve tvaru lineární kombinace bázových elementárních funkcí, tj.

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \cdots + a_m\varphi_m(x)$$

(o bázových funkcích jsme se zmínili v předchozí kapitole)

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Budeme tedy minimalizovat funkci

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Funkci $f(x)$ budeme předpokládat ve tvaru lineární kombinace elementárních funkcí, tj.

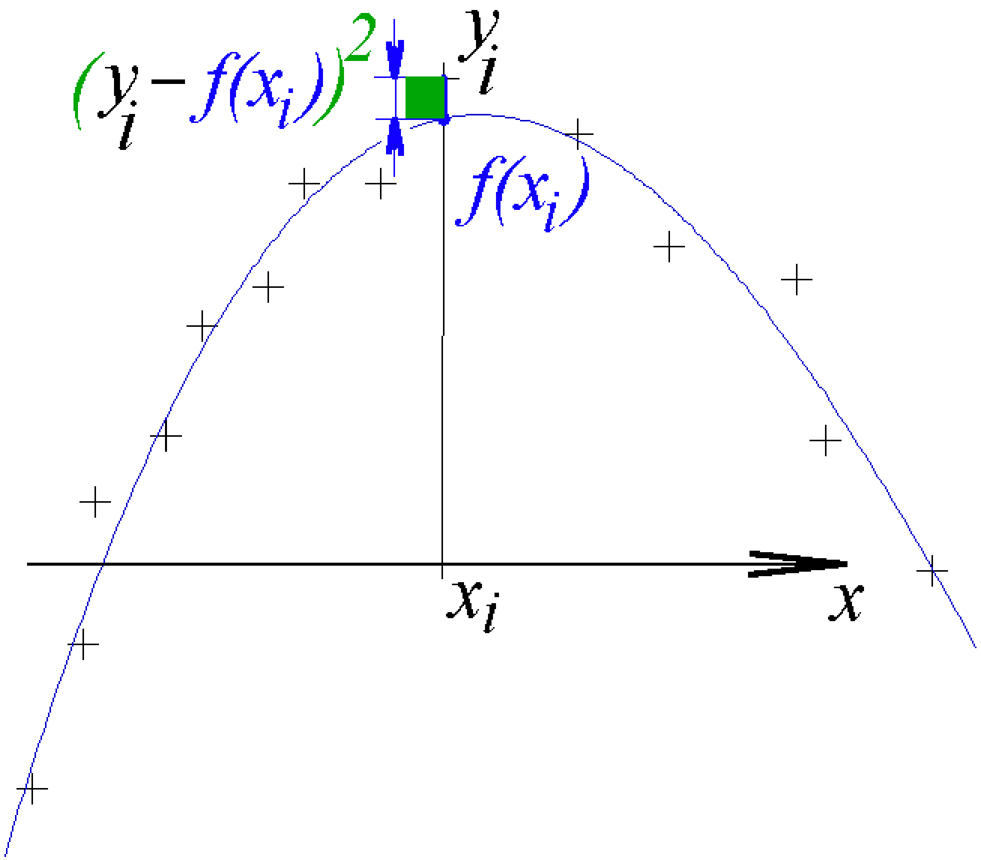
$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \cdots + a_m\varphi_m(x)$$

O konkrétním tvaru funkce $f(x)$ bychom měli rozhodnout buď

a) podle znalosti fyzikální nebo technické povahy problému (např pohyb v gravitačním poli → kvadratická funkce, závislost tlaku na objemu → nepřímá úměrnost, radioaktivní rozpad → exponenciála…) nebo

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Budeme tedy minimalizovat funkci

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Funkci $f(x)$ budeme předpokládat ve tvaru lineární kombinace elementárních funkcí, tj.

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \cdots + a_m\varphi_m(x)$$

O konkrétním tvaru funkce $f(x)$ bychom měli rozhodnout buď

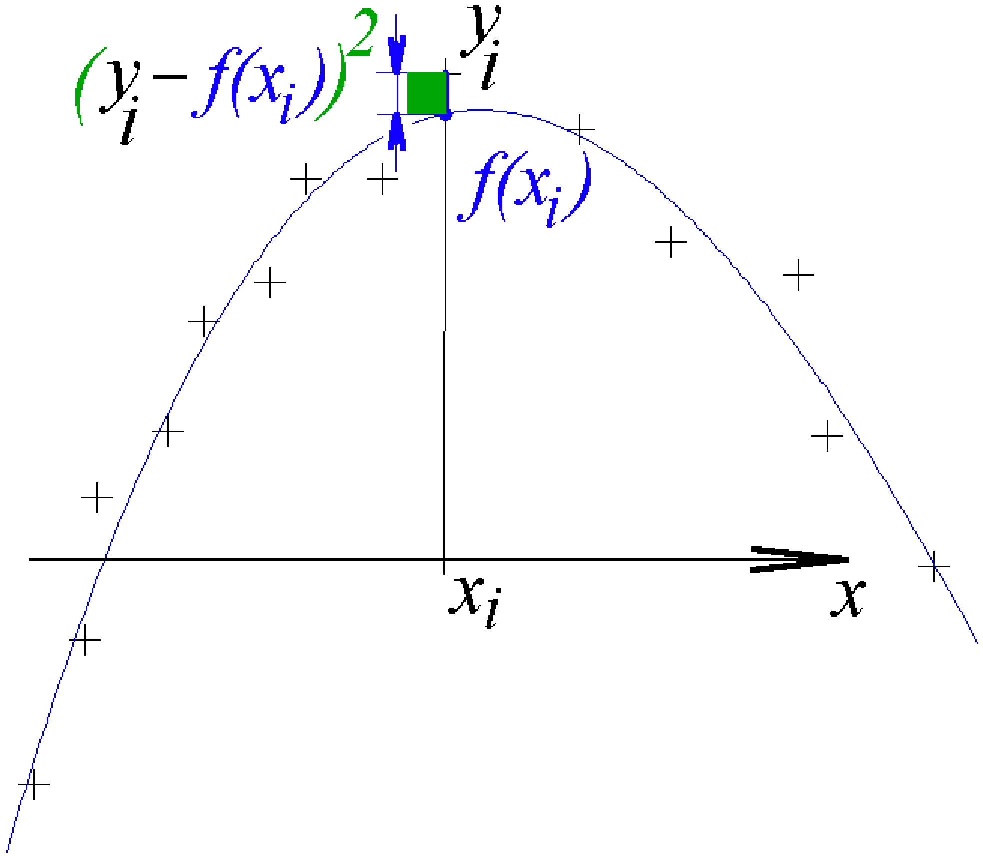
a) podle znalosti fyzikální nebo technické povahy problému (např pohyb v gravitačním poli → kvadratická funkce, závislost tlaku na objemu → nepřímá úměrnost, radioaktivní rozpad → exponenciála…) nebo

b) podle tvaru vstupních dat. O původu bodů na připojeném obrázku nevíme nic, jejich rozložení nicméně vyžaduje nejspíš parabolu:

$$f(x) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \cdot x \quad + a_3 \cdot x^2 \Rightarrow$$
$$\varphi_1(x) = 1; \ \varphi_2(x) = x; \ \varphi_3(x) = x^2$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Budeme tedy minimalizovat funkci

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

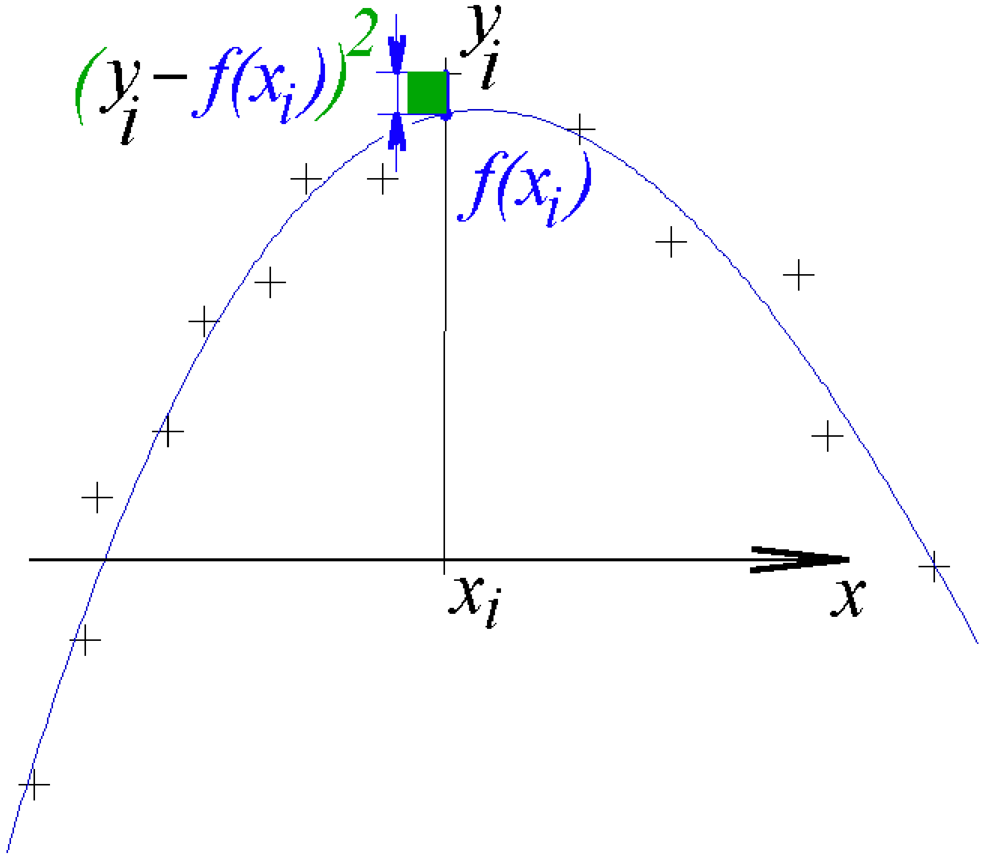
Funkci $f(x)$ budeme předpokládat ve tvaru lineární kombinace elementárních funkcí, tj.

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \cdots + a_m\varphi_m(x)$$

Než budeme pokračovat, ještě jedna věc: je-li volba funkce $f(x)$ v naší režii (tj. předchozí bod b) je třeba rozhodnout i o počtu bázových funkcí. Vždy platí $m \le n$, většinou pak $m \ll n$. Při volbě příliš malého m nejspíš nevystihneme trend (kdybychom např. data na připojeném obrázku prokládali přímkou). Příliš velké m pak znamená přílišné kopírování chyb měření. Pro $m = n$ je minimalizovaný součet nulový a funkce prochází přesně danými body.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Opět známe konečný počet hodnot neznámé funkce, na rozdíl od interpolace jsou tyto hodnoty zatíženy chybami. Velmi často se jedná o hodnoty získané nějakým měřením. Ty vyneseny do grafu mohou vypadat např. takto.



Budeme tedy minimalizovat funkci

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

Funkci $f(x)$ budeme předpokládat ve tvaru lineární kombinace elementárních funkcí, tj.

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \cdots + a_m\varphi_m(x)$$

Předveďme postup pro $m = 3$, tj.

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$$

(pro jiný počet bázových funkcí je postup zcela analogický)

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$$

Hledáme koeficienty $a_1;\ a_2;\ a_3$ tak, aby součet H byl minimální, tj. hledáme minimum funkce tří proměnných $a_1;\ a_2;\ a_3$. Musíme tedy derivovat podle každé z nich a tyto parciální derivace položit rovny nule:

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$$

Hledáme koeficienty $a_1;\ a_2;\ a_3$ tak, aby součet H byl minimální, tj. hledáme minimum funkce tří proměnných $a_1;\ a_2;\ a_3$. Musíme tedy derivovat podle každé z nich a tyto parciální derivace položit rovny nule:

$$H(a_1;\ a_2;\ a_3) = \sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right]^2$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$$

Hledáme koeficienty $a_1;\ a_2;\ a_3$ tak, aby součet H byl minimální, tj. hledáme minimum funkce tří proměnných $a_1;\ a_2;\ a_3$. Musíme tedy derivovat podle každé z nich a tyto parciální derivace položit rovny nule:

$$H(a_1;\ a_2;\ a_3) = \sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right]^2$$

$$\frac{\partial H(a_1;\ a_2;\ a_3)}{\partial a_1} = 2\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_1(x_i)\right) = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$$

Hledáme koeficienty$a_1;\ a_2;\ a_3$ tak, aby součet H byl minimální, tj. hledáme minimum funkce tří proměnných $a_1;\ a_2;\ a_3$. Musíme tedy derivovat podle každé z nich a tyto parciální derivace položit rovny nule:

$$H(a_1;\ a_2;\ a_3) = \sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right]^2$$

$$\frac{\partial H(a_1;\ a_2;\ a_3)}{\partial a_1} = 2\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_1(x_i)\right) = 0$$

$$\frac{\partial H(a_1;\ a_2;\ a_3)}{\partial a_2} = 2\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_2(x_i)\right) = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$H = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2$$

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$$

Hledáme koeficienty $a_1;\ a_2;\ a_3$ tak, aby součet H byl minimální, tj. hledáme minimum funkce tří proměnných $a_1;\ a_2;\ a_3$. Musíme tedy derivovat podle každé z nich a tyto parciální derivace položit rovny nule:

$$H(a_1;\ a_2;\ a_3) = \sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right]^2$$

$$\frac{\partial H(a_1;\ a_2;\ a_3)}{\partial a_1} = 2\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_1(x_i)\right) = 0$$

$$\frac{\partial H(a_1;\ a_2;\ a_3)}{\partial a_2} = 2\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_2(x_i)\right) = 0$$

$$\frac{\partial H(a_1;\ a_2;\ a_3)}{\partial a_3} = 2\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_1(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_2(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_1(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_2(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$\sum_i \left[-y_i\varphi_1(x_i) + a_1\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right] = 0$$
$$\sum_i \left[-y_i\varphi_2(x_i) + a_1\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right] = 0$$
$$\sum_i \left[-y_i\varphi_3(x_i) + a_1\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right] = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_1(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_2(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left[y_i - \left(a_1\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\right)\right] \cdot \left(-\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$\sum_i \left[-y_i\varphi_1(x_i) + a_1\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right] = 0$$
$$\sum_i \left[-y_i\varphi_2(x_i) + a_1\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right] = 0$$
$$\sum_i \left[-y_i\varphi_3(x_i) + a_1\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i) + a_2\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i) + a_3\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right] = 0$$

$$\sum_i \left(-y_i\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left(-y_i\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left(-y_i\varphi_3(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$\sum_i \left(-y_i\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left(-y_i\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left(-y_i\varphi_3(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$\sum_i \left(-y_i\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left(-y_i\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$\sum_i \left(-y_i\varphi_3(x_i)\right) + \sum_i \left(a_1\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + \sum_i \left(a_2\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + \sum_i \left(a_3\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i \varphi_1(x_i)\right) + a_1 \sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2 \sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3 \sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i \varphi_2(x_i)\right) + a_1 \sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2 \sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3 \sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i \varphi_3(x_i)\right) + a_1 \sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2 \sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3 \sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů

$$u_1 v_1 + u_2 v_2 + \cdots + u_m v_m = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}; \qquad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \dots; u_m); \;\; \mathbf{v} = (v_1; v_2; \dots; v_m)$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = \quad u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \qquad \mathbf{u}\cdot\mathbf{v}; \quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \dots; u_m); \ \ \mathbf{v} = (v_1; v_2; \dots; v_m)$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:
Porovnejme

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = \quad u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \qquad \mathbf{u}\cdot\mathbf{v}; \quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \ldots; u_m); \;\; \mathbf{v} = (v_1; v_2; \ldots; v_m)$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:
Porovnejme

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = \quad u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \qquad \mathbf{u}\cdot\mathbf{v};\quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \dots; u_m);\quad \mathbf{v} = (v_1; v_2; \dots; v_m)$$

$$\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) =$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right)+a_1\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right)+a_2\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right)+a_3\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right)=0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right)+a_1\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right)+a_2\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right)+a_3\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right)=0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right)+a_1\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right)+a_2\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right)+a_3\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right)=0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:
Porovnejme

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = \quad u_1v_1+u_2v_2+\cdots+u_mv_m = \qquad \mathbf{u}\cdot\mathbf{v};\quad \mathbf{u}=(u_1;u_2;\ldots;u_m);\ \ \mathbf{v}=(v_1;v_2;\ldots;v_m)$$

$$\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right)=y_1\varphi_1(x_1)+y_2\varphi_1(x_2)+\cdots+y_m\varphi_1(x_m)$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:
Porovnejme

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \mathbf{u}\cdot\mathbf{v};\quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \dots; u_m);\ \ \mathbf{v} = (v_1; v_2; \dots; v_m)$$

$$\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) = y_1\varphi_1(x_1) + y_2\varphi_1(x_2) + \cdots + y_m\varphi_1(x_m) = \mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi_1}$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:
Porovnejme

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \mathbf{u}\cdot\mathbf{v};\quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \ldots; u_m);\quad \mathbf{v} = (v_1; v_2; \ldots; v_m)$$

$$\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) = y_1\varphi_1(x_1) + y_2\varphi_1(x_2) + \cdots + y_m\varphi_1(x_m) = \mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi_1};$$

$$\mathbf{y} = (y_1; y_2; \ldots; y_m);\ \boldsymbol{\varphi_1} = \left(\varphi_1(x_1); \varphi_1(x_2) \ldots; \varphi_1(x_m)\right)$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$
$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:
Porovnejme

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_m v_m = \mathbf{u}\cdot\mathbf{v};\quad \mathbf{u} = (u_1;u_2;\dots;u_m);\quad \mathbf{v} = (v_1;v_2;\dots;v_m)$$

$$\sum_i \left(y_i\varphi_1(x_i)\right) = y_1\varphi_1(x_1) + y_2\varphi_1(x_2) + \cdots + y_m\varphi_1(x_m) = \mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{1}};$$

$$\mathbf{y} = (y_1;y_2;..;y_m);\ \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{1}} = \left(\varphi_1(x_1);\varphi_1(x_2)\dots;\varphi_1(x_m)\right)$$

Zažlucená suma je skalárním součinem tabulkového vektoru **y** a vektoru $\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{1}}$ funkčních hodnot funkce φ_1 v tabulkových bodech x_i.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_1\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_2(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_3(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

Krátká odbočka, po které zápis značně zjednodušíme. Z M I známe skalární součin vektorů
Součet součinů odpovídajících souřadnic můžeme zapsat pomocí sumačního znaménka:
Porovnejme

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = \quad u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \qquad \mathbf{u}\cdot\mathbf{v}; \quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \ldots; u_m); \quad \mathbf{v} = (v_1; v_2; \ldots; v_m)$$

$$\sum_i\big(y_i\varphi_1(x_i)\big) = y_1\varphi_1(x_1) + y_2\varphi_1(x_2) + \cdots + y_m\varphi_1(x_m) = \mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi}_1;$$

$$\mathbf{y} = (y_1; y_2; ..; y_m); \boldsymbol{\varphi}_1 = \big(\varphi_1(x_1); \varphi_1(x_2) \ldots; \varphi_1(x_m)\big)$$

Zažlucená suma je skalárním součinem tabulkového vektoru **y** a vektoru $\boldsymbol{\varphi}_1$ funkčních hodnot funkce φ_1 v tabulkových bodech x_i.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi_1} \quad + a_1 \boxed{\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right)} + a_2 \sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3 \sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1 \sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2 \sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3 \sum_i \left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i \left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1 \sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2 \sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3 \sum_i \left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Podobně

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = \quad u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \qquad \mathbf{u}\cdot\mathbf{v}; \quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \ldots; u_m); \ \ \mathbf{v} = (v_1; v_2; \ldots; v_m)$$

$$\sum_i \left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) = \varphi_1(x_1)\varphi_1(x_1) + \cdots + \varphi_1(x_m)\varphi_1(x_m) = \boldsymbol{\varphi_1}.\boldsymbol{\varphi_1};$$

$$\boldsymbol{\varphi_1} = \left(\varphi_1(x_1); \varphi_1(x_2) \ldots; \varphi_1(x_m)\right); \boldsymbol{\varphi_1} = \left(\varphi_1(x_1); \varphi_1(x_2) \ldots; \varphi_1(x_m)\right)$$

Zažlucená suma je skalárním součinem tabulkového vektoru $\boldsymbol{\varphi_1}$ funkčních hodnot funkce φ_1 v tabulkových bodech x_i. sama se sebou

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_1.\boldsymbol{\varphi}_1.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_2\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i\left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i\left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

Podobně

$$\sum_{i=1}^{m} u_i v_i = \quad u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_mv_m = \qquad \mathbf{u}\cdot\mathbf{v}; \quad \mathbf{u} = (u_1; u_2; \dots; u_m); \ \mathbf{v} = (v_1; v_2; \dots; v_m)$$

$$\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_1(x_i)\right) = \varphi_1(x_1)\varphi_1(x_1) + \cdots + \varphi_1(x_m)\varphi_1(x_m) = \boldsymbol{\varphi}_1.\boldsymbol{\varphi}_1;$$

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = \left(\varphi_1(x_1); \varphi_1(x_2) \dots; \varphi_1(x_m)\right); \boldsymbol{\varphi}_1 = \left(\varphi_1(x_1); \varphi_1(x_2) \dots; \varphi_1(x_m)\right)$$

Zažlucená suma je skalárním součinem tabulkového vektoru $\boldsymbol{\varphi}_1$ funkčních hodnot funkce φ_1 v tabulkových bodech x_i. sama se sebou.

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_1.\boldsymbol{\varphi}_1.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_2\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_2(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_3(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

atd. Takže

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_1.\boldsymbol{\varphi}_1.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_2\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_2(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_3(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

atd. Takže

$$\begin{aligned}
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 + a_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 + a_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 = 0\\
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 + a_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 + a_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 = 0\\
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 + a_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 + a_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 = 0
\end{aligned}$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_1.\boldsymbol{\varphi}_1.\boldsymbol{\varphi}_1 \quad + a_2\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_2(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

$$-\sum_i\big(y_i\varphi_3(x_i)\big) + a_1\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\big) + a_2\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\big) + a_3\sum_i\big(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\big) = 0$$

atd. Takže

$$\begin{aligned}
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 &+ a_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 &+ a_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 = 0\\
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 &+ a_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 &+ a_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 = 0\\
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1 &+ a_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2 &+ a_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3 = 0
\end{aligned}$$

A aby nedošlo k záměně kartézského součinu $\boldsymbol{\varphi}_i\cdot\boldsymbol{\varphi}_j$ se součinem funkcí $\varphi_i(x)\cdot\varphi_j(x)$, ještě upravíme značení:

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$-\mathbf{y}.\boldsymbol{\varphi_1} \quad + a_1.\boldsymbol{\varphi_1}.\boldsymbol{\varphi_1} \quad + a_2\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_1(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i\left(y_i\varphi_2(x_i)\right) + a_1\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_2(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

$$-\sum_i\left(y_i\varphi_3(x_i)\right) + a_1\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_1(x_i)\right) + a_2\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_2(x_i)\right) + a_3\sum_i\left(\varphi_3(x_i)\varphi_3(x_i)\right) = 0$$

atd. Takže

$$\begin{aligned}
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi_1} \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi_1}\cdot\boldsymbol{\varphi_1} &+ a_2\cdot\boldsymbol{\varphi_1}\cdot\boldsymbol{\varphi_2} &+ a_3\cdot\boldsymbol{\varphi_1}\cdot\boldsymbol{\varphi_3} = 0\\
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi_2} \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi_2}\cdot\boldsymbol{\varphi_1} &+ a_2\cdot\boldsymbol{\varphi_2}\cdot\boldsymbol{\varphi_2} &+ a_3\cdot\boldsymbol{\varphi_2}\cdot\boldsymbol{\varphi_3} = 0\\
-\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi_3} \quad &+ a_1\cdot\boldsymbol{\varphi_3}\cdot\boldsymbol{\varphi_1} &+ a_2\cdot\boldsymbol{\varphi_3}\cdot\boldsymbol{\varphi_2} &+ a_3\cdot\boldsymbol{\varphi_3}\cdot\boldsymbol{\varphi_3} = 0
\end{aligned}$$

A aby nedošlo k záměně kartézského součinu $\boldsymbol{\varphi_i}\cdot\boldsymbol{\varphi_j}$ se součinem funkcí $\varphi_i(x)\cdot\varphi_j(x)$, ještě upravíme značení:

$$\begin{aligned}
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi_1}) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi_1}\cdot\boldsymbol{\varphi_1}) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi_1}\cdot\boldsymbol{\varphi_2}) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi_1}\cdot\boldsymbol{\varphi_3}) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi_2}) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi_2}\cdot\boldsymbol{\varphi_1}) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi_2}\cdot\boldsymbol{\varphi_2}) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi_2}\cdot\boldsymbol{\varphi_3}) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi_3}) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi_3}\cdot\boldsymbol{\varphi_1}) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi_3}\cdot\boldsymbol{\varphi_2}) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi_3}\cdot\boldsymbol{\varphi_3}) = 0
\end{aligned}$$

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé a_1; a_2; a_3:

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$
\begin{aligned}
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0
\end{aligned}
$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$
\begin{aligned}
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0
\end{aligned}
$$

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé $a_1;\ a_2;\ a_3$:

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$
\begin{aligned}
&-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) \quad + a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
&-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) \quad + a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
&-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) \quad + a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0
\end{aligned}
$$

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé a_1; a_2; a_3:

$$
\begin{aligned}
&a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1)\\
&a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2)\\
&a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)
\end{aligned}
$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$
\begin{aligned}
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0
\end{aligned}
$$

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé $a_1;\ a_2;\ a_3$:

$$
\begin{aligned}
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1)\\
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2)\\
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) &+ a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) &+ a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)
\end{aligned}
$$

kterou můžeme zapsat v maticovém tvaru

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$\begin{array}{llll} -(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) & +a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) & +a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) & +a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)=0 \\ -(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) & +a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) & +a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) & +a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)=0 \\ -(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) & +a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) & +a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) & +a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)=0 \end{array}$$

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé $a_1;\ a_2;\ a_3$:

$$\begin{array}{lll} a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) & +a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) & +a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)=(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) \\ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) & +a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) & +a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)=(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) \\ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) & +a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) & +a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)=(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) \end{array}$$

kterou můžeme zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{pmatrix} (\varphi_1;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\varphi_1;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\varphi_1;\boldsymbol{\varphi}_3) \\ (\varphi_2;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\varphi_2;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\varphi_2;\boldsymbol{\varphi}_3) \\ (\varphi_3;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\varphi_3;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\varphi_3;\boldsymbol{\varphi}_3) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} (\mathbf{y};\varphi_1) \\ (\mathbf{y};\varphi_2) \\ (\mathbf{y};\varphi_3) \end{pmatrix}$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$
\begin{aligned}
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) \quad & + a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) && + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) && + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) \quad & + a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) && + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) && + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) \quad & + a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) && + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) && + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0
\end{aligned}
$$

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé $a_1; a_2; a_3$:

$$
\begin{aligned}
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) && + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) && + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1)\\
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) && + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) && + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2)\\
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) && + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) && + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)
\end{aligned}
$$

kterou můžeme zapsat v maticovém tvaru

$$
\begin{pmatrix}
(\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_3)\\
(\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_3)\\
(\boldsymbol{\varphi}_3;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_3;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\boldsymbol{\varphi}_3;\boldsymbol{\varphi}_3)
\end{pmatrix}\cdot
\begin{pmatrix} a_1\\ a_2\\ a_3\end{pmatrix} =
\begin{pmatrix} (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_1)\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_2)\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_3)\end{pmatrix}
$$

Pro m bázových funkcí $\varphi_1; \dots; \varphi_m$ tedy bude zřejmě

$$
\boxed{
\begin{pmatrix}
(\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_2) & \dots & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_m)\\
(\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_2) & \dots & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_m)\\
\dots & \dots & \dots & \dots\\
(\boldsymbol{\varphi}_m;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_m;\boldsymbol{\varphi}_2) & \dots & (\boldsymbol{\varphi}_m;\boldsymbol{\varphi}_m)
\end{pmatrix}\cdot
\begin{pmatrix} a_1\\ a_2\\ \dots\\ a_m\end{pmatrix} =
\begin{pmatrix} (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_1)\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_2)\\ \dots\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_m)\end{pmatrix}
}
$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

$$
\begin{aligned}
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0\\
-(\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) \quad &+ a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) = 0
\end{aligned}
$$

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé $a_1;\ a_2;\ a_3$:

$$
\begin{aligned}
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_1\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) &= (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_1)\\
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_2\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) &= (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_2)\\
a_1\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_1) + a_2\cdot(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_2) + a_3(\boldsymbol{\varphi}_3\cdot\boldsymbol{\varphi}_3) &= (\mathbf{y}\cdot\boldsymbol{\varphi}_3)
\end{aligned}
$$

kterou můžeme zapsat v maticovém tvaru

$$
\begin{pmatrix}
(\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_3)\\
(\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_3)\\
(\boldsymbol{\varphi}_3;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_3;\boldsymbol{\varphi}_2) & (\boldsymbol{\varphi}_3;\boldsymbol{\varphi}_3)
\end{pmatrix}
\cdot
\begin{pmatrix} a_1\\ a_2\\ a_3 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_1)\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_2)\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_3) \end{pmatrix}
$$

Pro m bázových funkcí $\varphi_1; \dots; \varphi_m$ tedy bude zřejmě

$$
\boxed{
\begin{pmatrix}
(\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_2) & \dots & (\boldsymbol{\varphi}_1;\boldsymbol{\varphi}_m)\\
(\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_2) & \dots & (\boldsymbol{\varphi}_2;\boldsymbol{\varphi}_m)\\
\dots & \dots & \dots & \dots\\
(\boldsymbol{\varphi}_m;\boldsymbol{\varphi}_1) & (\boldsymbol{\varphi}_m;\boldsymbol{\varphi}_2) & \dots & (\boldsymbol{\varphi}_m;\boldsymbol{\varphi}_m)
\end{pmatrix}
\cdot
\begin{pmatrix} a_1\\ a_2\\ \dots\\ a_m \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_1)\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_2)\\ \dots\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi}_m) \end{pmatrix}
}
$$

Gramova matice vektorů $\boldsymbol{\varphi}_1; \dots; \boldsymbol{\varphi}_m$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

Máme soustavu tří rovnic pro tři neznámé $a_1;\ a_2;\ a_3$:

$$\begin{aligned}
a_1 \cdot (\boldsymbol{\varphi_1} \cdot \boldsymbol{\varphi_1}) &+ a_2 \cdot (\boldsymbol{\varphi_1} \cdot \boldsymbol{\varphi_2}) + a_3(\boldsymbol{\varphi_1} \cdot \boldsymbol{\varphi_3}) = (\mathbf{y} \cdot \boldsymbol{\varphi_1})\\
a_1 \cdot (\boldsymbol{\varphi_2} \cdot \boldsymbol{\varphi_1}) &+ a_2 \cdot (\boldsymbol{\varphi_2} \cdot \boldsymbol{\varphi_2}) + a_3(\boldsymbol{\varphi_2} \cdot \boldsymbol{\varphi_3}) = (\mathbf{y} \cdot \boldsymbol{\varphi_2})\\
a_1 \cdot (\boldsymbol{\varphi_3} \cdot \boldsymbol{\varphi_1}) &+ a_2 \cdot (\boldsymbol{\varphi_3} \cdot \boldsymbol{\varphi_2}) + a_3(\boldsymbol{\varphi_3} \cdot \boldsymbol{\varphi_3}) = (\mathbf{y} \cdot \boldsymbol{\varphi_3})
\end{aligned}$$

kterou můžeme zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{pmatrix} (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3})\\ (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3})\\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1\\ a_2\\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi_1})\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi_2})\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

Pro m bázových funkcí $\varphi_1; \dots; \varphi_m$ tedy bude zřejmě

$$\boxed{\begin{pmatrix} (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) & \dots & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_m})\\ (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & \dots & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_m})\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ (\boldsymbol{\varphi_m};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_m};\boldsymbol{\varphi_2}) & \dots & (\boldsymbol{\varphi_m};\boldsymbol{\varphi_m}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1\\ a_2\\ \dots\\ a_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi_1})\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi_2})\\ \dots\\ (\mathbf{y};\boldsymbol{\varphi_m}) \end{pmatrix}}$$

Pozice jednotlivých skalárních součinů v Gramově matici si snadno zapamatujeme, neboť indexy příslušných vektorů korespondují s obvyklým indexováním prvků matice:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots\\ c_{21} & c_{22} & \dots\\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

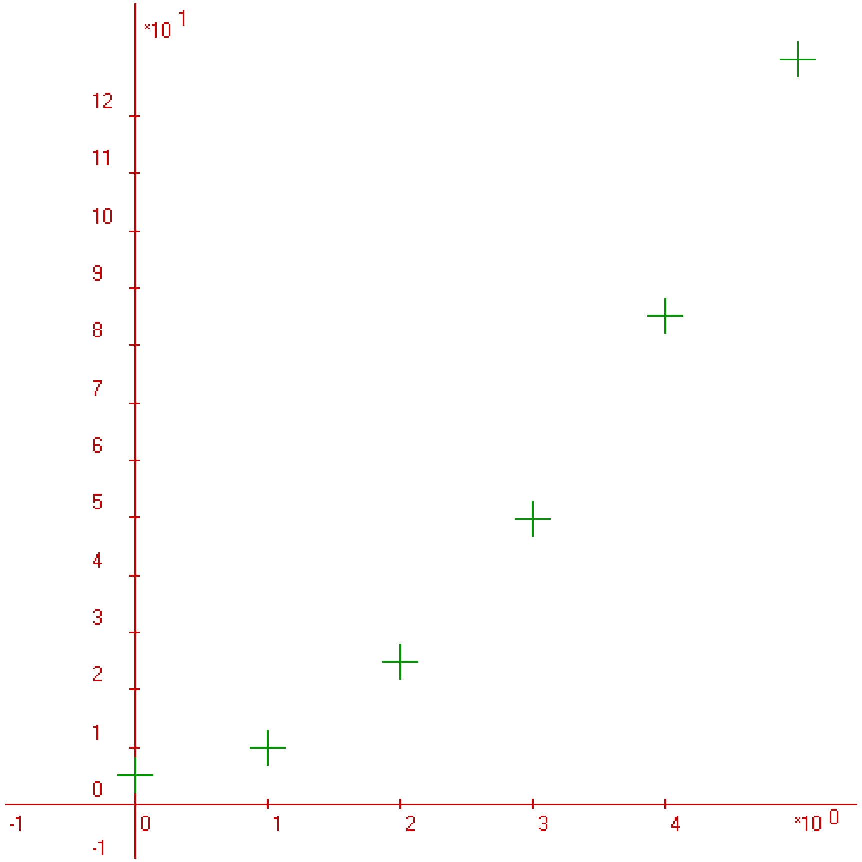
1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

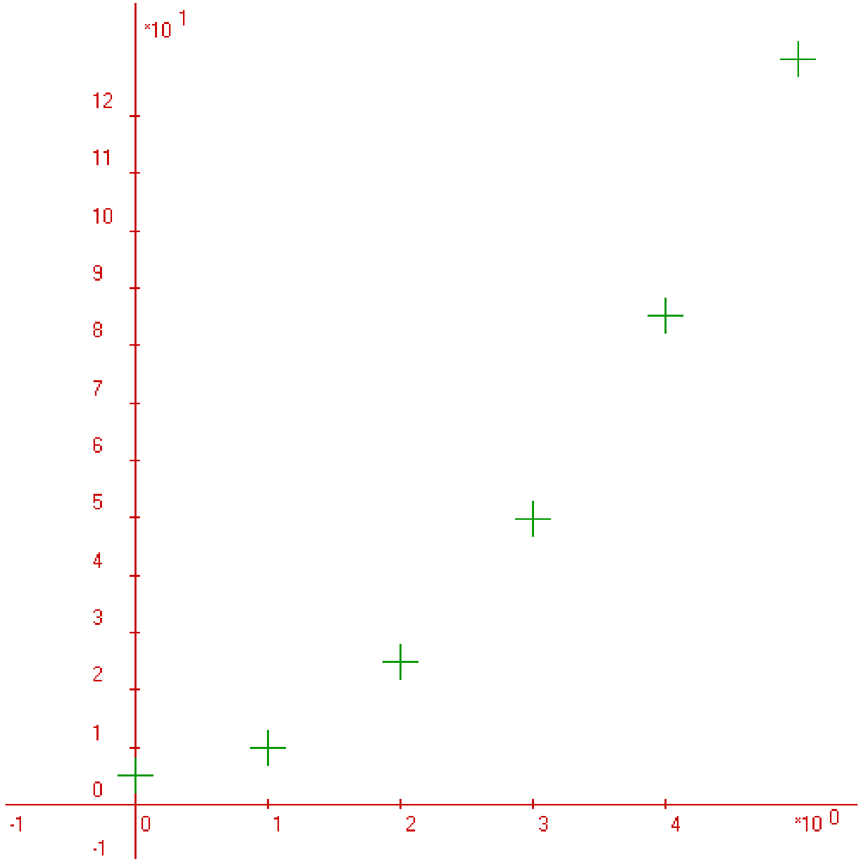
i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0



Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

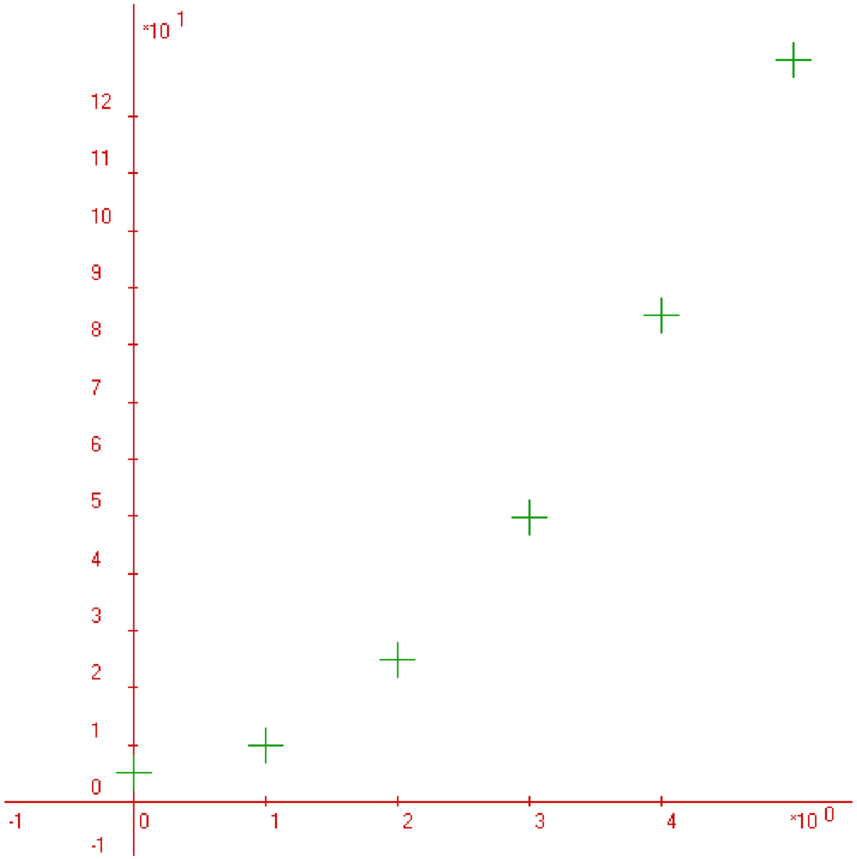


Příklad nejdříve vyřešíme ručně, poté sestavíme script v Matlabu

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

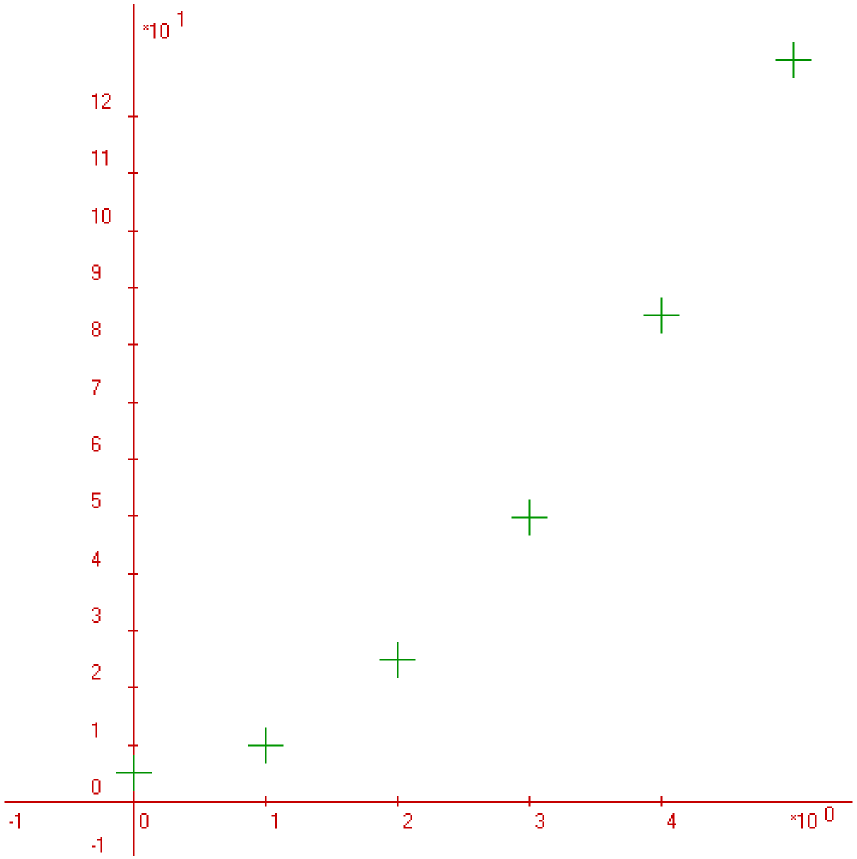
$s(t) = a_1 \quad + a_2 \; t \quad + a_3 \; t^2$



1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 + a_2 t + a_3 t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$



1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 + a_2 t + a_3 t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$$

skalární součin je komutativní…

$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$$

skalární součin je komutativní…

$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

skalární součin je komutativní…

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$$

$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$

…matice soustavy bude proto symetrická

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2 \, t + a_3 \, t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) \\ \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) \\ \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2 \, t + a_3 \, t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 225$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$

$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$

$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$

$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = 225$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$

$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi}_1) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi}_2) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi}_3) \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_1) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_2) = (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_3) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_1) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = 225$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = 55$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 225$$
$$(\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$$
$$(\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot 1 = 5.2 + 10.1 + 24.9 + 50.0 + 85.2 + 130.0 = 305.4$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$

$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot 1 = 5.2 + 10.1 + 24.9 + 50.0 + 85.2 + 130.0 = 305.4$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2 \; t + a_3 \; t^2$

$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi}_2) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi}_3) \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_1) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_2) = (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_3) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_1) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_2) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_3) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\quad (\boldsymbol{\varphi}_2; \boldsymbol{\varphi}_1) = (\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi}_3; \boldsymbol{\varphi}_3) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi}_1) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot 1 = 5.2 + 10.1 + 24.9 + 50.0 + 85.2 + 130.0 = 305.4$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi}_1) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot t_i = 5.2 \cdot 0 + 10.1 \cdot 1 + 24.9 \cdot 2 + \cdots + 130.0 \cdot 5 = 1200.7$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2\ t + a_3\ t^2$

$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot 1 = 5.2 + 10.1 + 24.9 + 50.0 + 85.2 + 130.0 = 305.4$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum s_i\varphi_2(t_i) = \sum s_i \cdot t_i = 5.2 \cdot 0 + 10.1 \cdot 1 + 24.9 \cdot 2 + \cdots + 130.0 \cdot 5 = 1200.7$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$

$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ \mathbf{1200.7} \\ (\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\quad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\quad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\quad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\quad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\quad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\quad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot 1 = 5.2 + 10.1 + 24.9 + 50.0 + 85.2 + 130.0 = 305.4$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum s_i\varphi_2(t_i) = \sum s_i \cdot t_i = 5.2 \cdot 0 + 10.1 \cdot 1 + 24.9 \cdot 2 + \cdots + 130.0 \cdot 5 = 1200.7$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$

$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ \mathbf{1200.7} \\ (\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55 \qquad (\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225 \qquad (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_3};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

$(\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot 1 = 5.2 + 10.1 + 24.9 + 50.0 + 85.2 + 130.0 = 305.4$

$(\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum s_i\varphi_2(t_i) = \sum s_i \cdot t_i = 5.2 \cdot 0 + 10.1 \cdot 1 + 24.9 \cdot 2 + \cdots + 130.0 \cdot 5 = 1200.7$

$(\mathbf{s};\boldsymbol{\varphi_3}) = \sum s_i(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum s_i \cdot t_i^2 = 5.2 \cdot 0^2 + 10.1 \cdot 1^2 + 24.9 \cdot 2^2 + \cdots + 130.0 \cdot 5^2 = 5172.9$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 \quad + a_2 \quad t \quad + a_3 \quad t^2$$

$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ \mathbf{1200.7} \\ \mathbf{5172.9} \end{pmatrix}$$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_2}) = (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum 1 \cdot t_i = 0 + 1 + 2 + \cdots + 5 = 15$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 15$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum t_i \cdot t_i = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum 1 \cdot t_i^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 5^2 = 55$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_3}) = 55$

$(\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i \cdot t_i^2 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + 5^3 = 225$ $\qquad (\boldsymbol{\varphi_2}; \boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1}; \boldsymbol{\varphi_2}) = 225$

$(\boldsymbol{\varphi_3}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum \varphi_3(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum t_i^2 \cdot t_i^2 = 0^4 + 1^4 + 2^4 + \cdots + 5^4 = 979$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_1}) = \sum s_i\varphi_1(t_i) = \sum s_i \cdot 1 = 5.2 + 10.1 + 24.9 + 50.0 + 85.2 + 130.0 = 305.4$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_2}) = \sum s_i\varphi_2(t_i) = \sum s_i \cdot t_i = 5.2 \cdot 0 + 10.1 \cdot 1 + 24.9 \cdot 2 + \cdots + 130.0 \cdot 5 = 1200.7$

$(\mathbf{s}; \boldsymbol{\varphi_3}) = \sum s_i(t_i)\varphi_3(t_i) = \sum s_i \cdot t_i^2 = 5.2 \cdot 0^2 + 10.1 \cdot 1^2 + 24.9 \cdot 2^2 + \cdots + 130.0 \cdot 5^2 = 5172.9$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2 \, t + a_3 \, t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ \mathbf{1200.7} \\ \mathbf{5172.9} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{a_1 = 5.02; \quad a_2 = -0.115; \quad a_3 = 5.09}$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2 \, t + a_3 \, t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ \mathbf{1200.7} \\ \mathbf{5172.9} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{a_1 = 5.02; \quad a_2 = -0.115; \quad a_3 = 5.09}$$

$$\boxed{s(t) = 5.02 - 0.115 \cdot t + 5.09 \cdot t^2}$$

1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

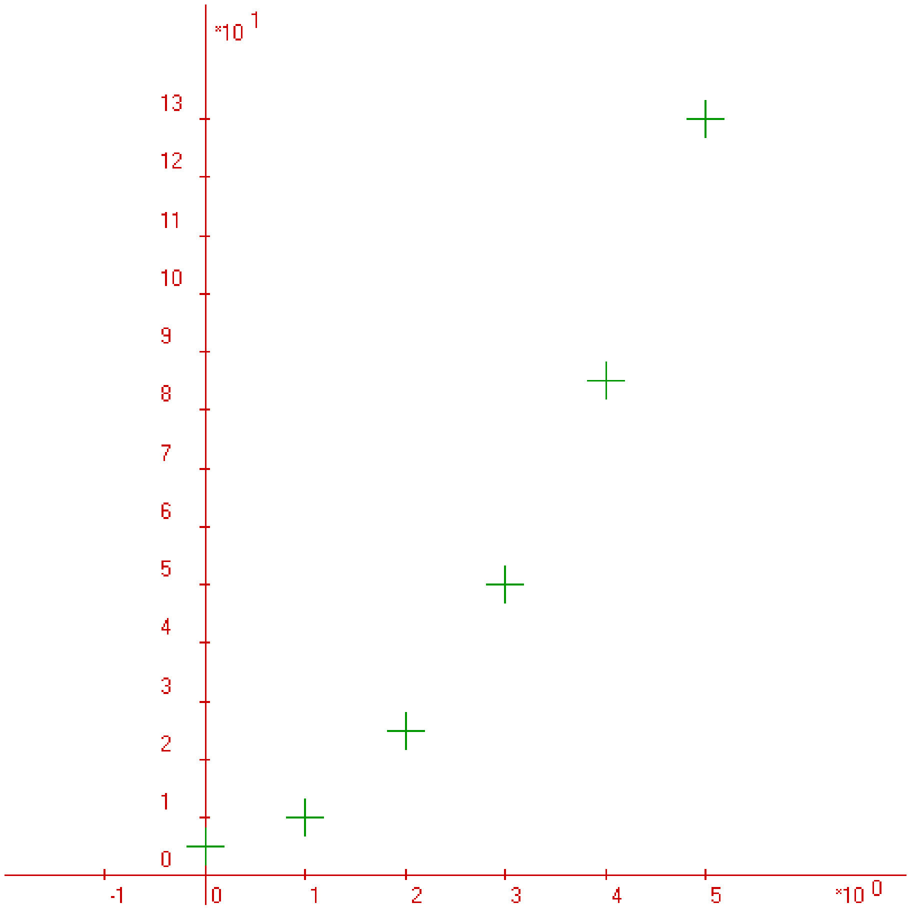
i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2 \, t + a_3 \, t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ \mathbf{1200.7} \\ \mathbf{5172.9} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{a_1 = 5.02; \quad a_2 = -0.115; \quad a_3 = 5.09}$$

$$\boxed{s(t) = 5.02 - 0.115 \cdot t + 5.09 \cdot t^2}$$



1 Příklad: Při měření dráhy pohybujícího se tělesa byly v časových okamžicích t_i zjištěny následující hodnoty. Určete závislost dráhy na čase

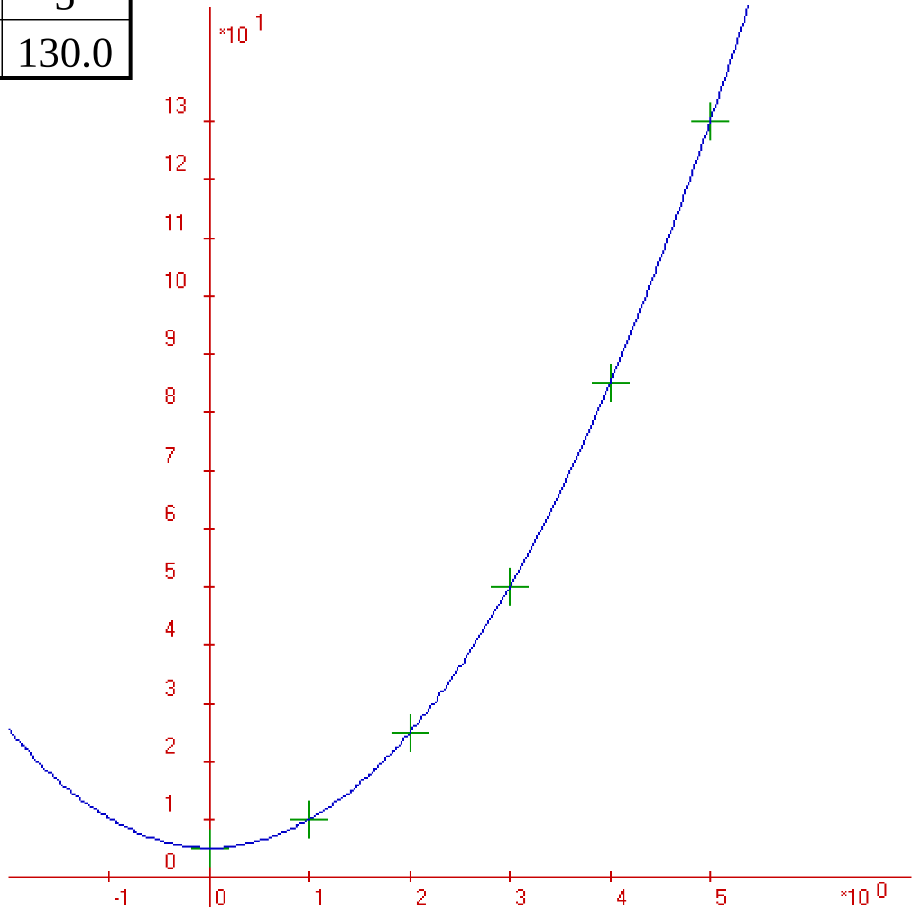
i	0	1	2	3	4	5
t_i	0	1	2	3	4	5
s_i	5.2	10.1	24.9	50.0	85.2	130.0

$$s(t) = a_1 \cdot 1 + a_2 \; t + a_3 \; t^2$$
$$s(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + a_3\varphi_3(t)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{15} & \mathbf{55} \\ \mathbf{15} & \mathbf{55} & \mathbf{225} \\ \mathbf{55} & \mathbf{225} & \mathbf{979} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{305.4} \\ \mathbf{1200.7} \\ \mathbf{5172.9} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{a_1 = 5.02; \quad a_2 = -0.115; \quad a_3 = 5.09}$$

$$\boxed{s(t) = 5.02 - 0.115 \cdot t + 5.09 \cdot t^2}$$



2 Příklad: Napišme matlabovský script pracující s metodou nejmenších čtverců pro tři bázové funkce.

2 Příklad: Napišme matlabovský script pracující s metodou nejmenších čtverců pro tři bázové funkce. Konkrétně budeme řešit předchozí příklad, program lze však jednoduše modifikovat zadáním jiné tabulky a přepsáním bázových funkcí

2 Příklad: Napišme matlabovský script pracující s metodou nejmenších čtverců pro tři bázové funkce. Konkrétně budeme řešit předchozí příklad, program lze však jednoduše modifikovat zadáním jiné tabulky a přepsáním bázových funkcí

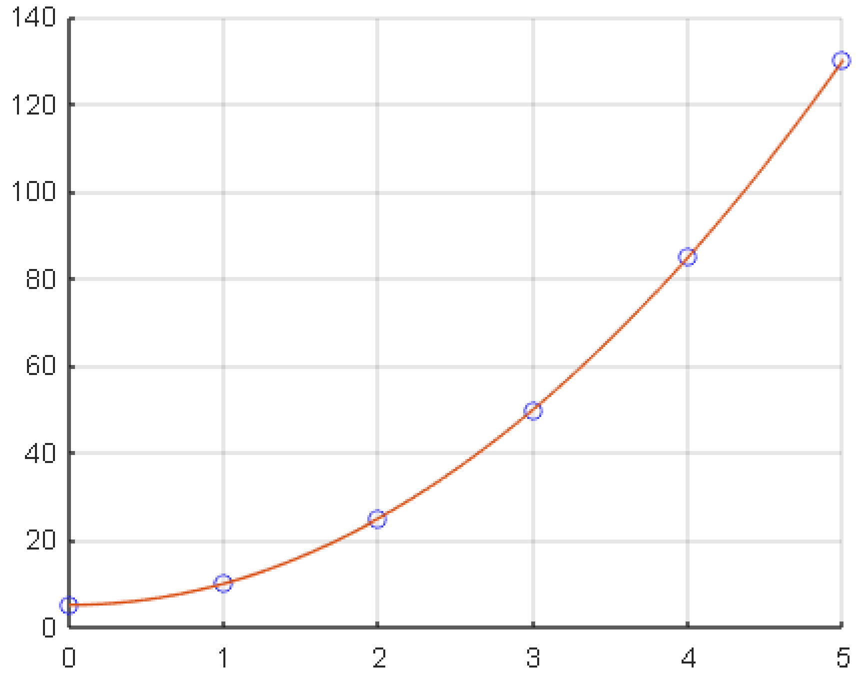
```
% MNČ - parabola
X = [0 1 2 3 4 5];
Y = [5.2 10.1 24.9 50.0 85.2 130.0];
figure
grid on                  % zobrazi sit v obrazku
hold on                  % umozni prikreslovat do obrazku
plot(X,Y,'bo')           % kroužky v tabulkových bodech
fi1=ones(1,length(X));   % definice bázových funkcí
fi2=X;
fi3=X^2;
A=[dot(fi1,fi1)  dot(fi1,fi2)  dot(fi1,fi3) ;  % Gramova
   dot(fi2,fi1) dot(fi2,fi2)   dot(fi2,fi3);   % matice
   dot(fi3,fi1) dot(fi3,fi2)   dot(fi3,fi3)];

b=[dot(Y,fi1);  dot(Y, fi2);  dot(Y, fi3)];  % sloupec
pravých stran

a=A\b                              % řešení soustavy

x=X(1):0.1:X(length(X));           % pole pro vykreslení křivky
Krivka=a(1)+a(2)*x+a(3)*x.^2

plot(x,Krivka)                     % vykreslení křivky
```



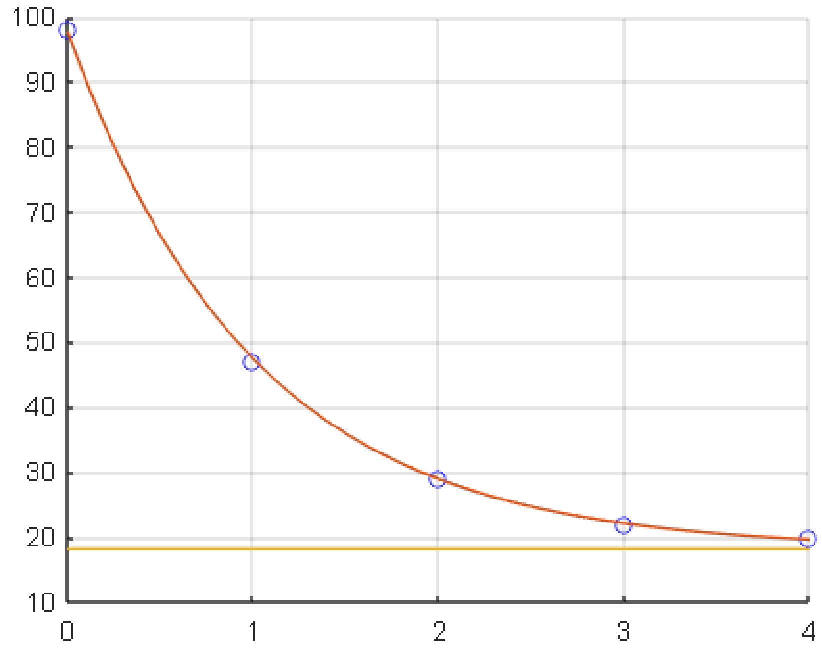
3 Příklad: Nádoba s horkou vodou chladne při stálé pokojové teplotě t_0. Během chladnutí byly naměřeny tyto hodnoty:

τ_i (hod)	0	1	2	3	4
t_i (°C)	98	47	29	22	20

Určete závislost teploty t vody na čase τ a teplotu t_0, při které voda chladne. Nápověda $t(\tau) = t_0 + c \cdot e^{-\tau}$

3 Příklad: Nádoba s horkou vodou chladne při stálé pokojové teplotě t_0. Během chladnutí byly naměřeny tyto hodnoty:

τ_i (hod)	0	1	2	3	4
t_i (°C)	98	47	29	22	20



Určete závislost teploty t vody na čase τ a teplotu t_0, při které voda chladne. Nápověda $t(\tau) = t_0 + c \cdot e^{-\tau}$

Zde je

$$t(\tau) = t_0 \cdot 1 + c \cdot e^{-\tau} = t_0 \cdot \varphi_1(\tau) + c \cdot \varphi_2(\tau)$$

$$\Rightarrow \quad \varphi_1(\tau) = 1; \quad \varphi_2(\tau) = e^{-\tau}$$

Soustava rovnic

$$\begin{pmatrix} (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) \\ (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) & (\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_0 \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\boldsymbol{t};\boldsymbol{\varphi_1}) \\ (\boldsymbol{t};\boldsymbol{\varphi_2}) \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum \varphi_1(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 = 1+1+1+1+1 = 5$$
$$(\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_1(t_i) = \sum 1 \cdot e^{-\tau_i} = e^{-0} + e^{-1} + e^{-2} + e^{-3} + e^{-4} \approx 1.5713$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_1}) = (\boldsymbol{\varphi_1};\boldsymbol{\varphi_2}) \approx 1.5713$$
$$(\boldsymbol{\varphi_2};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum \varphi_2(t_i)\varphi_2(t_i) = \sum e^{-\tau_i} \cdot e^{-\tau_i} = e^{-0} + e^{-1} + e^{-4} + e^{-6} + e^{-8} \approx 1.1565$$
$$(\boldsymbol{t};\boldsymbol{\varphi_1}) = \sum t_i\varphi_1(t_i) = 98 \cdot 1 + 47 \cdot 1 + 29 \cdot 1 + 22 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 216$$
$$(\boldsymbol{t};\boldsymbol{\varphi_2}) = \sum t_i\varphi_1(t_i) = 98 \cdot e^{-0} + 47 \cdot e^{-1} + 29 \cdot e^{-2} + 22 \cdot e^{-3} + 20 \cdot e^{-4} \approx 120$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 1.5713 \\ 1.5713 & 1.1565 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_0 \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 216 \\ 120 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad t_0 \approx 18.1617℃ \approx 18℃; \quad c \approx 79.6728 \approx 80$$

Na závěr poznamenejme, že nalezené koeficienty nemá smysl udávat přesněji, než zadaná vstupní data.